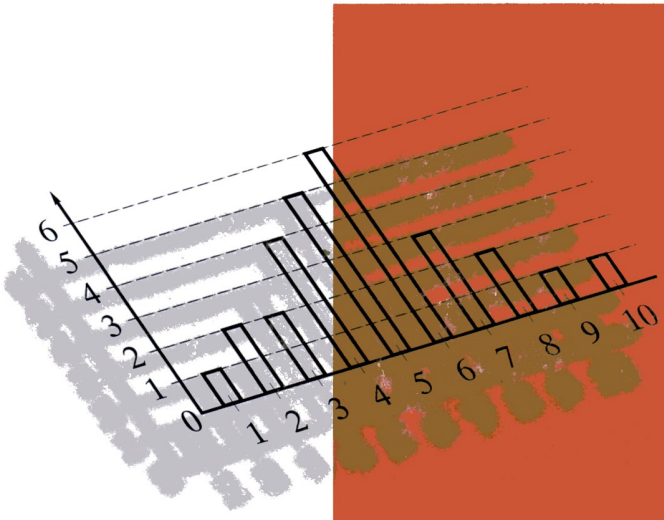
matematikos bibliotekėlė

Viktorija
Sičiūnienė



STATISTIKOS PRADMENYS

Viktorija Sičiūnienė

STATISTIKOS PRADMENYS

(V–X klasės)

Scanned by Cloud Dancing

TEV
VILNIUS 2004

Darbo vadovas *Valdas Vanagas*

Redaktoriai: *Juozas Mačys, Žydrūnė Stundžienė*

Programinė įranga: *Tadeušas Šeibakas, Rolandas Jakštys*

Kompiuterinė grafika: *Inga Paukštienė, Edita Tatarinavičiūtė*

Tekstą rinko ir maketavo: *Laimutė Ališauskienė, Nijolė Drazdauskienė*

Konsultantai: *Pranas Survila, Elmundas Žalys*

Recenzavo Aleksandras Plikusas

Leidyklos TEV interneto svetainė www.tev.lt

© Leidykla TEV, Vilnius, 2004
© Viktorija Sičiūnienė, 2004
© Dail. Edita Tatarinavičiūtė, 2004

ISBN 9955–491–67–1

TURINYS

Pratarmė 4

1. Duomenų rinkimas. Diagramų skaitymas 9

1.1. Kokybiniai ir kiekybiniai duomenys 10

1.2. Dažnių lentelė 13

1.3. Stulpelinė diagrama 17

1.4. Stačiakampė diagrama 28

1.5. Skritulinė diagrama 32

1.6. Linijinė diagrama 37

1.7. Pasitikrinkite, ko išmokote 40

2. Duomenų vaizdavimas 45

2.1. Duomenų vaizdavimas stulpeline diagrama 46

2.2. Duomenų vaizdavimas skrituline, stačiakampe diagrama 51

2.3. Duomenų vaizdavimas linijine diagrama 56

2.4. Duomenų grupavimas. Sugrupuotų duomenų vaizdavimas 58

2.5. Kaip pasirinkti duomenų vaizdavimo būdą? 62

2.6. Statistinis tyrimas 65

2.7. Pasitikrinkite, ko išmokote 67

3. Imties skaitinės charakteristikos 71

3.1. Imtis. Imties vidurkis 72

3.2. Imties mediana 78

3.3. Kvartiliai. Imties plotis, kvartilinis plotis 81

3.4. Imties moda 83

3.5. Kaip naudotis skaitinėmis charakteristikomis? 85

3.6. Pasitikrinkite, ko išmokote 87

4. Priklausomi ir nepriklausomi požymiai 89

4.1. Taškinė diagrama. Koreliacija tarp dviejų požymių 90

4.2. Pasitikrinkite, ko išmokote 95

Uždavinių atsakymai 97

Priedas 108

PRATARMĖ

„Šiuolaikinės visuomenės gyvenime, priimant pagrįstus sprendimus, plačiai naudojama įvairių rūšių statistinė informacija. Norint suprasti tokią informaciją ir mokėti ją vertinti, būtina žinoti paprasčiausias statistikos sąvokas bei metodus ir turėti patyrimo analitiškai vertinti statistinę medžiagą... Mokantis statistikos ugdomas supratimas apie statistinius metodus, kaip galingą būdą išvadoms ir sprendimams daryti" (Bendrosios programos ir išsilavinimo standartai, 2003, p. 336–337).

Pirmosios kregždutės — statistikos ir tikimybių teorijos skyreliai, iš kurių statistikos ir tikimybių teorijos pradmenų mokosi visi pagrindinių mokyklų moksleiviai, — pasirodė 1996–2001 metais išleistuose matematikos vadovėliuose 5–10 klasėms. Lietuvos mokslininkai ir praktikai negailėjo jėgų gilindamiesi į statistikos mokymo patirtį užsienyje, atliko daugybę tyrimų statistikos mokymo srityje. Šiuo metu Lietuvoje yra sukurta statistikos mokymo pagrindinėje mokykloje sistema, naujosiose Bendrosiose programose ir išsilavinimo standartuose (2003) yra patikslintas šio kurso turinys bei reikalavimai moksleivių gebėjimams. Būdama viena iš to proceso dalyvių, šioje knygoje noriu pasidalyti idėjomis bei įdirbiu statistikos mokymo srityje.

Rašydama knygą, šalia bendrųjų didaktinių principų, rėmiausi šiais:

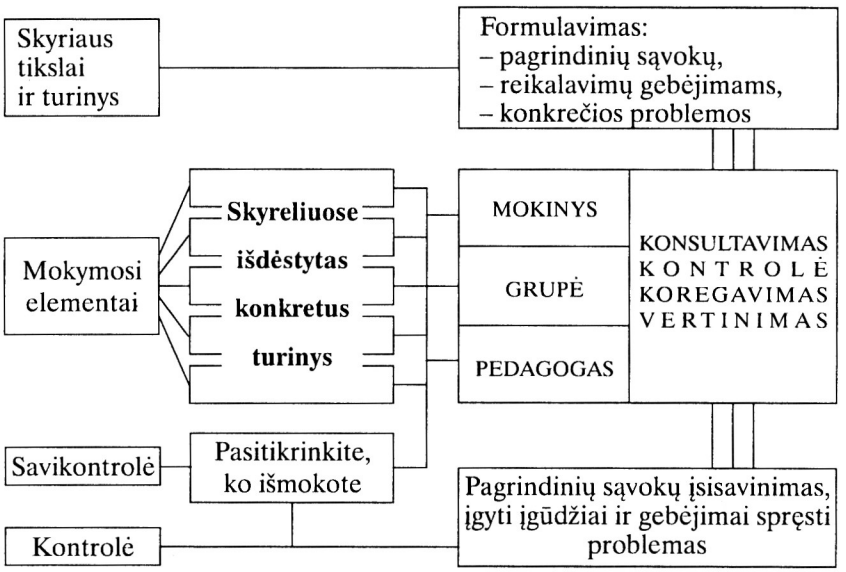
- ***Sisteminio parametrinio požiūrio į mokymosi medžiagą principas.*** Esminiais mokymosi medžiagos parametrais laikomi: pagrindinė mokymosi medžiaga (ji kruopščiai atrinkta bei sugrupuota į atskiras „porcijas" — skyrius ir skyrelius), metodinės sistemos struktūra (numatyta, kurioje klasėje, kokia tvarka ir konkrečiai ko ir kaip mokoma, kad būtų pasiekti keliami tikslai) bei turinio pateikimo metodika (atsižvelgta į Bloomo pažinimo tikslų taksonomiją).
- ***Modulumo principas.*** Knygos turinys visiškai atitinka naująsias programas, joms įsisavinti numatytą laiką bei apima visą 5–10 klasių statistikos kursą. Medžiaga suskirstyta išbaigtomis porcijomis — skyriais, kiekviename kurių siekiama optimaliai pateikti informaciją ir metodiškai ją išdėstyti, siekiant skyriaus pradžioje iškeltų tikslų.

Knygą sudaro keturi skyriai: „Duomenų rinkimas. Diagramų skaitymas", „Duomenų vaizdavimas", „Imties skaitinės charakteristikos" ir „Priklau-

somi ir nepriklausomi požymiai“. Kiekvieno skyriaus pradžioje pateiktas skyriaus turinys, išvardytos pagrindinės statistikos sąvokos, kurių mokomasi skyriuje, reikalavimai besimokančiojo gebėjimams (mokymosi uždaviniai), taip pat pateikiamas pavyzdys gyvenimiškos problemos, susijusios su einama medžiaga. Prieš pradėdamas mokytis skyrių besimokantysis, remdamasis kasdieniu patyrimu, gali bandyti tam tikru lygmeniu spręsti šią problemą.

Kiekvieno skyriaus pabaigoje yra skyrelis „Pasitikrinkite, ko išmokote“. Šių skyrelių pirmasis uždavinys skirtas pasitikrinti, kaip įsisavintos skyrelyje esančios pagrindinės sąvokos. Kiekvieno tokio skyrelio paskutinis uždavinys — pakartota skyriaus pradžioje iškelta problema. Besimokantysis, išėjęs skyrių, turi galimybę ją dar kartą išspręsti ir įsitikinti, kaip pakito jo gebėjimai spręsti panašias problemas. Likusieji skyrelių „Pasitikrinkite, ko išmokote“ uždaviniai tikrina įvairius gebėjimus, atitinkančius skyriaus pradžioje esančius reikalavimus. Šiuos uždavinius mokiniai turėtų išspręsti pamokos metu.

Knygoje realizuota metodinė sistema sudaro galimybes išėjus visą skyrių atlikti analizę ir savianalizę, ką pavyko išmokti (savikontrolę ir kontrolę). Kontrolės formos numatomos pačių ugdymo proceso dalyvių.



Siekiant išlaikyti tam tikrą loginę knygos struktūrą bei holistinį požiūrį į statistikos mokymą pagrindinėje mokykloje, knygos skyriuose pateikta medžiaga išdėstyta pagal įgyjamų gebėjimų blokus, o ne klasių koncentrais, kaip esti išsilavinimų standartuose. Tai patogu norintiems per trumpą laiką įsisavinti, pasitikrinti ar peržvelgti visą kursą (kas aktualu vyresnių klasių moksleiviams, patogu mokytojams). Knygos gale esančiame priede pateikti išsilavinimų standartų reikalavimai kiekvienos klasės koncentrui leis mokytojams nesunkiai atsirinkti atitinkamoms klasėms skirtą teorinę medžiagą. Nurodau numerius uždavinių, kuriuos reikėtų spręsti atitinkamoje klasėje: 5–6 klasėse — **1–15**, **23–29**; 7 klasėje — **16–22**, **30–69**; 8 klasėje — **70–113**; 9–10 klasėse — **114–121**.

Pateikiu teminį pamokų planą. Šalia kiekvieno skyriaus ir skyrelio nurodyta, kiek pamokų rekomenduojama skirti kiekvienos temos nagrinėjimui.

1. Duomenų rinkimas. Diagramų skaitymas **15**
1.1. Kokybiniai ir kiekybiniai duomenys 2
1.2. Dažnių lentelė 2
1.3. Stulpelinė diagrama 4
1.4. Stačiakampė diagrama 1
1.5. Skritulinė diagrama 2
1.6. Linijinė diagrama 1
1.7. Pasitikrinkite, ko išmokote 2
2. Duomenų vaizdavimas **13**
2.1. Duomenų vaizdavimas stulpeline diagrama 2
2.2. Duomenų vaizdavimas skrituline, stačiakampe diagrama 2
2.3. Duomenų vaizdavimas linijine diagrama 1
2.4. Duomenų grupavimas. Sugrupuotų duomenų vaizdavimas 2
2.5. Kaip pasirinkti duomenų vaizdavimo būdą? 1
2.6. Statistinis tyrimas 2
2.7. Pasitikrinkite, ko išmokote 2
3. Imties skaitinės charakteristikos **13**
3.1. Imtis. Imties vidurkis 4
3.2. Imties mediana 2
3.3. Kvartiliai. Imties plotis, kvartilinis plotis 1
3.4. Imties moda 1
3.5. Kaip naudotis skaitinėmis charakteristikomis? 2
3.6. Pasitikrinkite, ko išmokote 2
4. Priklausomi ir nepriklausomi požymiai **4**
4.1. Taškinė diagrama. Koreliacija tarp dviejų požymių 2
4.2. Pasitikrinkite, ko išmokote 1

• ***Savarankiško mokymosi ir mokymosi bendradarbiaujant vienovės principas.*** Ši knygelė sudaryta taip, kad moksleivis ja gali naudotis savarankiškai — ir be mokytojo pagalbos. Teorinė medžiaga išdėstyta glaustai, visi kiekvieno skyrelio uždaviniai susiję su teorijoje aiškinama medžiaga. Dauguma užduočių susijusios su artima vaikui aplinka, skatina jį veikti, tirti, mąstyti, daryti išvadas, prognozuoti. Daugelyje jų remiamasi realiu tautos ir valstybės kontekstu. Uždavinių sistema siekiama įtvirtinti esamas teorines žinias. Mokinys gali abejoti, ar įgytos žinios veiks praktikoje. Tam yra skirtos praktinės užduotys. Jungiant tiesioginį ir netiesioginį mokymąsi siekiama, kad vystytųsi kritinis mąstymas ir formuotųsi lanksti žinių sistema.

Aišku, kad dirbant vienam sunku pasiekti gerų rezultatų. Tik bendradarbiaudami su kitais galime tikėtis gerai įsisavinti mokomąją medžiagą. Vien savarankiškas mokinio darbas neleidžia jam pasitikrinti savo mokėjimo su kitais, tad tai nėra palanku jo mokymosi motyvacijai. Todėl knygelėje siekiama, kad besimokantysis galėtų suderinti savo laimėjimo išgyvenimą (individualiai dirbdamas mokinys įveikė užduotį) su išgyvenimu sėkmės, lyginant save su kitais (grupinis, kolektyvinis darbas). Knygoje yra užduočių, skirtų savarankiškam mokymuisi, ir yra užduočių, skirtų grupiniam darbui, šalia tradicinių yra užduočių, siūlančių aktyviuosius mokymo(si) metodus.

• ***Reflektyvaus pažinimo principas.*** Užsienyje atliktų tyrimų duomenimis statistinis mąstymas glaudžiai susijęs su emocijomis, intuicijomis, kurias lavinti padeda nuolat apibendrinama jau esama ir naujai įgyjama patirtis. Pažinimas tobulėja tik kritiškai apmąstant savo žinias, įgūdžius, požiūrį į visą pasaulį. Tai reikalauja iš kiekvieno žmogaus kritiškos paties žmogaus pažinimo veiksmo refleksijos. Tik nuolatos permąstant ir vertinant naują informaciją senos kontekste, atskleidžiamos naujos sąsajos, be ko neįmanomas refleksyvus pažinimas. Todėl visoje mokymosi medžiagoje stengiamasi parodyti, kaip atskiri faktai siejasi tarpusavyje, kokie jų ryšiai su kitomis matematinėmis ir nematematinėmis sritimis, praktiniu taikymu.

Skyreliai 2.5, 2.6 ir 3.5 skirti visoms skyriuje įgytoms žinioms apmąstyti, anksčiau buvusiems ryšiams pergrupuoti, taip suteikiant žinojimui naują prasmę. Tai galimybė lavinti ir kūrybinės veiklos ypatybes: gebėjimą turimas žinias, mokėjimus bei įgūdžius pritaikyti naujoje situacijoje, įžvelgti naują problemą senoje situacijoje, kombinuoti žinomus veiklos būdus, suprasti objekto struktūrą, įžvelgti jo naujas funkcijas, gebėti pažvelgti į objektą kitu žvilgsniu.

Mokymas pagal šią knygą yra organizuojamas kritinio mąstymo pagrindu, formuojamu nuosekliai sprendžiant uždavinius. Medžiaga lengvai integruojama į kitas matematikos temas bei kitus mokomuosius dalykus.

Mokomasis turinys ir jo įsisavinimo keliai lengvai pritaikomi individualiems poreikiams, leidžia individualizuoti mokymosi tempą, užtikrinti kontrolę ir savikontrolę (skyreliai „Pasitikrinkite, ko išmokote", praktinės užduotys, siūlomos diskusijos, aptarimai, bei tiriamieji darbai).

Padėka

Autorė nuoširdžiai dėkoja savo šeimai ir kolegoms už supratimą, palaikymą ir paramą, prof. P. Survilai už pagalbą, gryninant matematinių sąvokų prasmę, taip pat mokytojams ir jų mokiniams, savo mokiniams, dirbusiems su statistikos ir tikimybių teorijos atskirais skyriais, noriai ir aktyviai prisidėjusiems juos tobulinant. Tai mokytojai: R. Greičiūtė, Kaišiadorių A. Brazausko vid. m-kla, A. Grinevičienė, Vilniaus „Ąžuolo" vid. m-kla, O. Gutauskienė, Visagino „Žiburio" pagr. m-kla, J. Mačernis ir A. Mikalauskienė, Vilniaus „Ąžuolo" vid. m-kla, E. Motiejūnienė, Šiaulių „Romuvos" vid. m-kla, A. Rimkevičienė, Šiaulių Didždvario g-ja, D. Šleinienė, Radviliškio raj. Labučių pagr. m-kla, R. Veikutytė, Vilniaus Žvėryno g-ja, V. Viniautienė, Vilniaus Fabijoniškių vid. m-kla, J. Žemaitytė, Vilniaus konservatorija.

Rašydama šią knygą daug naudingų patarimų bei kritinių pastabų sulaukiau iš V. Vanago, A. Plikuso, E. Žalio, J. Mačio.

Rankraščio kalbą sutvarkė J. Mačys, visus uždavinius persprendė Ž. Stundžienė, techninę pagalbą suteikė T. Šeibakas ir R. Jakštys, tekstą maketavo L. Ališauskienė ir N. Drazdauskienė, kompiuterinę grafiką atliko I. Paukštienė ir E. Tatarinavičiūtė. Visiems jiems nuoširdžiai dėkoju.

Autorė

DUOMENŲ RINKIMAS. DIAGRAMŲ SKAITYMAS

Turinys

1.1. Kokybiniai ir kiekybiniai duomenys

1.2. Dažnių lentelė

1.3. Stulpelinė diagrama

1.4. Stačiakampė diagrama

1.5. Skritulinė diagrama

1.6. Linijinė diagrama

1.7. Pasitikrinkite, ko išmokote

Pagrindinės sąvokos:

Apklausos lapas, kokybiniai ir kiekybiniai duomenys, dažnių lentelė, diagrama (stulpelinė, stačiakampė, skritulinė, linijinė).

Išmokęs skyrių gebėsi:

- sudaryti apklausos lapą: numatyti klausimus, galimus atsakymų variantus;
- registruoti duomenis, surašyti duomenis dažnių lentele;
- suprasti, kas pavaizduota dažnių lentelėje, stulpelinėje, skritulinėje, stačiakampėje, linijinėje diagramoje;
- iš dažnių lentelės ar diagramos palyginti stebimo požymio reikšmes pagal jų dažnumą, nustatyti surinktų duomenų skaičių.

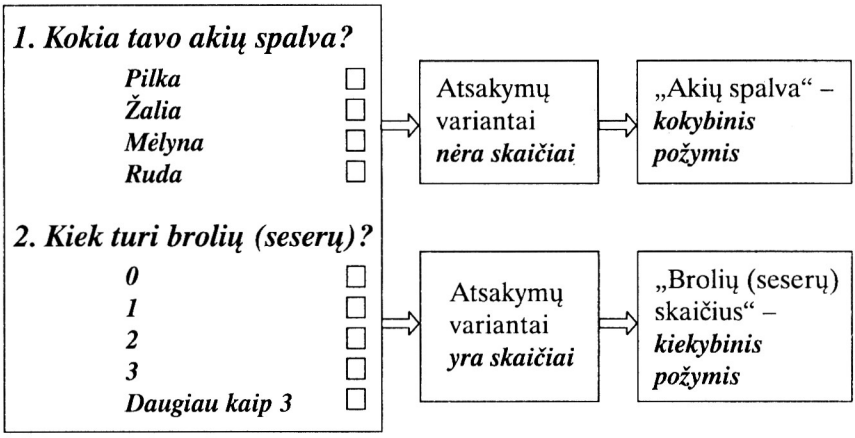
Problema:

Moksleiviai su auklėtoja nutarė pavasario atostogų metu pakeliauti po apylinkes. Namuose auklėtojai toptelėjo mintis, kad geriausia būtų keliauti dviračiais. Kitą dieną, atėjusi į mokyklą, auklėtoja sutiko tris auklėtines — Agnę, Jūratę ir Simoną ir pasidalijo savo ketinimais. Tačiau tos mergaitės dviračiais keliauti atsisakė. Ar tai reiškia, kad keliauti dviračiais atsisakys ir kiti vaikai? Ką daryti auklėtojai?

1.1. Kokybiniai ir kiekybiniai duomenys

Auklėtojai parūpo išsiaiškinti, kiek kokios akių spalvos moksleivių yra jos klasėje ir kiek brolių (seserų) jie turi. Galima sakyti, kad auklėtoja nori ištirti auklėtinius pagal požymius: „akių spalva“ ir „brolių (seserų) skaičius“.

Ji parengė apklausos lapą, kuriame numatė du klausimus ir galimų atsakymų į klausimus variantus:



Kaip matome iš apklausos lapo, galimų atsakymų į pirmąjį klausimą variantai (galimos požymio „akių spalva“ reikšmės) nėra skaičiai. Tokiais atvejais sakome, kad *požymis* yra *kokybinis*. Požymis „brolių (seserų) skaičius“ — *kiekybinis*, nes jo galimos reikšmės — skaičiai.

Kai mokiniai atsakys į klausimus, auklėtoja turės *duomenis*. Pagal kokybinį požymį surinkti duomenys vadinami kokybiniais, o pagal kiekybinį požymį surinkti duomenys — kiekybiniais.

Užduotis.

a) Rengdama apklausos lapą, auklėtoja iš anksto buvo numačiusi, kad atsakinėdami į kiekvieną klausimą jos auklėtiniai galėtų pasirinkti tik po vieną jiems tinkantį atsakymą. Kaip manote, kodėl tai yra svarbu?

b) Kaip manote, ar visi galimi atsakymų variantai pateikti pirmame klausime; antrame klausime?

UŽDAVINIAI

1. Tarkime, kad Jūs norite išsiaiškinti, koks mokomasis dalykas labiausiai patinka jūsų klasiokams.

a) Numatykite galimus jūsų klasės mokinių atsakymus į klausimą: „Koks mokomasis dalykas tau labiausiai patinka?“

b) Kokius atsakymų variantus pateiktumėte apklausos lape? Ar tokius pačius atsakymų variantus pateiktumėte ir žemesnės (vyresnės) klasės moksleiviams? Nuo ko tai priklauso?

c) Koks — kokybinis ar kiekybinis požymis yra *mokomasis dalykas*?

2. Aptarkite, kokie būtų surinkti duomenys (kokybiniai ar kiekybiniai), jei jūsų klasės mokiniai būtų tiriami pagal požymį:

a) Plaukų spalva
b) Laikomų naminių gyvūnų skaičius
c) 100 m bėgimo laikas
d) Batų dydis
e) Pėdos ilgis
f) Atsispaudimų skaičius
g) Ėjimo į mokyklą laikas
h) Mėgstamiausias patiekalas

3. Trys draugai norėjo sužinoti, ar jų mikrorajono gyventojai skaitė gyvūnų laikymo taisyklių projektą ir kaip įvairaus amžiaus gyventojai pritaria jam. Jie paruošė tokį apklausos lapą:

a) Koks jūsų amžius?
☐ **10–20** ☐ **20–30** ☐ **30–40** ☐ **40–50** ☐ **50–60**

b) Ar jūs perskaitėte gyvūnų laikymo taisyklių projektą?
☐ **Taip** ☐ **Ne** ☐ **Nesidomiu**

c) Jeigu jūs perskaitėte naujas gyvūnų laikymo taisykles, tai ar pritariate joms?
☐ **Taip** ☐ **Ne**

1) Kaip manote, ar tinkami berniukų parengti klausimai?

2) Aptarkite, į kuriuos klausimus berniukų numatyti atsakymai nėra geri. Pasiūlykite, kaip juos pataisyti.

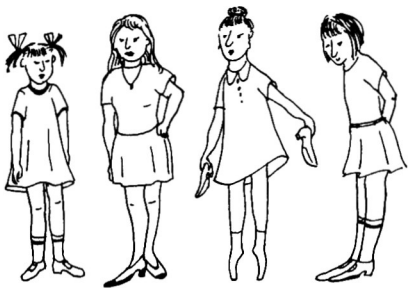
4. GRUPINIS DARBAS „Mano batai“ (1)

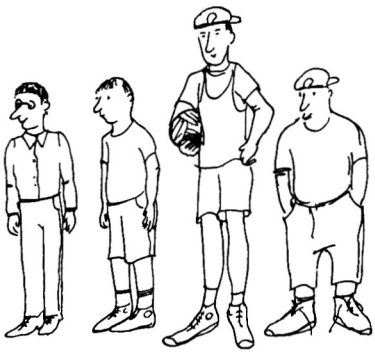
Norima surinkti duomenis apie *jūsų klasės* berniukų batų dydį ir mergaičių batų dydį.

a) Paruoškite apklausos lapą (numatykite klausimus ir galimus atsakymus).

b) Padiskutuokite, ar a) punkto klausimai ir atsakymai tiktų, jeigu rinktumėte duomenis apie jūsų mokyklos mokinius; jūsų miesto (gyvenvietės) mokinius.

c) Paruoštą apklausos lapą išsaugokite — jo reikės atliekant 10 uždavinį.





5. PRAKTINĖ UŽDUOTIS

Pasirinkite požymį, pagal kurį norėtumėte tirti savo (klasės) draugus. Požymį galite sugalvoti patys arba galite pasirinkti vieną iš nurodytų:

- Namuose auginamų gyvūnų skaičius
- Labiausiai patinkantis mokomasis dalykas
- Veikla po pamokų
- Pamokų ruošimo laikas per dieną

Paruoškite apklausos lapą.

1.2. Dažnių lentelė

Klasės auklėtoja apklausos duomenis apie visų 26 auklėtinių akių spalvą surašė į lentelę.

NR.	AKIŲ SPALVA	NR.	AKIŲ SPALVA
1.	Pilka	**14.**	Žalia
2.	Mėlyna	**15.**	Pilka
3.	Žalia	**16.**	Mėlyna
4.	Pilka	**17.**	Ruda
5.	Mėlyna	**18.**	Žalia
6.	Žalia	**19.**	Pilka
7.	Žalia	**20.**	Ruda
8.	Ruda	**21.**	Žalia
9.	Žalia	**22.**	Mėlyna
10.	Pilka	**23.**	Žalia
11.	Pilka	**24.**	Pilka
12.	Mėlyna	**25.**	Žalia
13.	Mėlyna	**26.**	Pilka

Taip pateiktais duomenimis nėra patogu naudotis. Pavyzdžiui, sunku iš karto pasakyti, kokios spalvos akių apklaustųjų tarpe yra daugiausia. (O ką darytume, jei būtų apklausta ne 26, bet 100, 300, 10 000, ...?) Todėl dažniausiai surinkti duomenys užrašomi glaustai — *dažnių lentele*. Surašykime auklėtojos surinktus duomenis apie akių spalvą į lentelę taip:

- Pirmoje eilutėje surašykime visus galimus atsakymus.
- Antroje eilutėje kiekvieną mokinio atsakymą (duomenį) paeiliui žymėkime (registruokime) atitinkamame stulpelyje ženkliuku *I*.
- Suskaičiuokime kiekviename stulpelyje esančių žymenų skaičių — *požymio reikšmės dažnį*. Gautus skaičius užrašykime trečioje eilutėje.

AKIŲ SPALVA	Pilka	Žalia	Mėlyna	Ruda
REGISTRAVIMAS	*IIIII III*	*IIIII IIII*	*IIIII I*	*III*
DAŽNIS	8	9	6	3

Aišku, galima buvo apsieiti ir be antrosios eilutės, o tiesiog suskaičiuoti, kiek kokių atsakymų yra. Tuomet duomenys dažnių lentelėje užsirašys dar glausčiau:

AKIŲ SPALVA	Pilka	Žalia	Mėlyna	Ruda
DAŽNIS	8	9	6	3

Visada pravartu pasitikrinti, ar skaičiuodami dažnius nesuklydome. Sudėję visas dažnių reikšmes turime gauti skaičių, lygų apklaustųjų skaičiui:

$$8 + 9 + 6 + 3 = 26.$$

Iš dažnių lentelės nesunku nustatyti, jog tirtoje klasėje daugiausiai yra mokinių žaliomis akimis, o mažiausiai — rudomis.

Užduotis.

Užrašykite dažnių lentele auklėtojos surinktus duomenis apie brolių ir seserų skaičių.

NR.	BROLIŲ IR SESERŲ SKAIČIUS	NR.	BROLIŲ IR SESERŲ SKAIČIUS
1.	0	**14.**	2
2.	0	**15.**	Daugiau kaip 3
3.	1	**16.**	2
4.	2	**17.**	1
5.	3	**18.**	3
6.	3	**19.**	2
7.	0	**20.**	0
8.	1	**21.**	1
9.	1	**22.**	0
10.	1	**23.**	1
11.	Daugiau kaip 3	**24.**	2
12.	0	**25.**	1
13.	1	**26.**	3

6. Apklausus vienos klasės mokinius, kiek vaikų yra jų šeimoje, gauti tokie rezultatai: 3, 2, 3, 2, 1, 1, 1, 2, 3, 3, 3, 1, 2, 2, 5, 2, 1, 1, 2, 3, 4, 3, 1, 3, 2.

a) Kiek vaikų buvo apklausta?

b) Užrašykite duomenis dažnių lentele.

c) Sudėję dažnius pasitikrinkite, ar neapsirikote.

7. 5a klasės mokiniai pasidomėjo, kaip jų klasės draugai praleidžia laisvalaikį. Kiekvienas mokinys turėjo nurodyti, ką dažniausiai jis veikia laisvu laiku. Gauti tokie atsakymai: Rimas — žaidžia kompiuteriu, Dainius — sportuoja, Jolanta — žiūri televizorių, Vilius — neatsakė, Simas — žaidžia kompiuteriu, Lina — padeda mamai namų ruošoje, Dovilė — žaidžia kompiuteriu, Laima — mezga, Jonas — sportuoja, Marius — sportuoja, Ieva — skaito, Darius — sportuoja, Simona — skaito, Jurgis — žaidžia kompiuteriu, Tauras — žiūri televizorių, Sigita — skaito, Agnė — žiūri televizorių, Kęstas — sportuoja, Vytas — sportuoja, Goda — skaito, Faustas — žaidžia kompiuteriu, Remigijus — žaidžia kompiuteriu.

a) Kokius — kiekybinius ar kokybinius duomenis surinko vaikai?

b) Kiek vaikų buvo apklausta?

c) Kiek skirtingų atsakymo variantų gauta?

d) Pabaikite pildyti dažnių lentelę:

LAISVALAIKIO RŪŠIS	Žaidžia kompiuteriu	Sportuoja	...	Neatsakė
REGISTRACIJA	*IIIII*			
DAŽNIS				1

8. Sužinokite, kiek laiko jūsų klasės mokiniai vakar praleido prie kompiuterio (0 h; mažiau kaip 0,5 h; nuo 0,5 iki 1 h; nuo 1 iki 1,5 h; nuo 1,5 iki 2 h; nuo 2 h iki 2,5 h; nuo 2,5 iki 3 h; 3 h arba daugiau kaip 3 h).

a) Kokie tai duomenys — kokybiniai ar kiekybiniai?

b) Duomenis surašykite dažnių lentele.

c) Kiek vaikų nežaidė (nedirbo) kompiuteriu?

d) Kiek vaikų praleido prie kompiuterio mažiau negu dvi valandas (kartu su nežaidusiais kompiuteriu)?

e) Kiek vaikų praleido prie kompiuterio ne mažiau kaip dvi (dvi ir daugiau) valandas?

f) Kuris atsakymas pasitaikė dažniausiai?

g) Kaip galvojate, ar kitomis dienomis (rytoj, po metų, po 10 metų) dabartinių jūsų klasiokų praleistas prie kompiuterio laikas būtų panašus?

h) Pasvarstykite, kuo galėtų būti panašūs ar skirtingi kitų jūsų bendraamžių (mokyklos, apskrities, šalies) atsakymai.

9. Jonas, Vilma, Gintarė ir Rimas susiginčijo, kokios spalvos automobilių jų mieste yra daugiausiai. Vaikai spėjo, kad tai galėtų būti balta, raudona, juoda arba mėlyna spalva. Kad patikrintų savo spėjimą, jie nusprendė 30 minučių stebėti važiuojančius automobilius. Kitų spalvų automobilius vaikai nutarė registruoti skiltyje „kitos spalvos“. Gautus duomenis jie užrašė dažnių lentele:

SPALVA	Balta	Raudona	Juoda	Mėlyna	Kitos spalvos
DAŽNIS	28	31	23	23	33

Vaikai padarė tokias išvadas:

- Jonas — daugiausiai yra kitų spalvų automobilių.
- Vilma — rečiausi juodos arba mėlynos spalvų automobiliai.
- Gintarė — dažniausiai pasitaiko raudonos spalvos automobiliai.
- Rimas — balta, raudona, juoda ir mėlyna yra populiariausios automobilių spalvos.

Kaip manote, ar vaikų išvados atitinka realią situaciją?

10. GRUPINIS DARBAS „Mano batai“ (2)

Surinkite duomenis apie *jūsų klasės* berniukų batų dydį ir mergaičių batų dydį (pasinaudokite apklausos lapu, kurį parengėte atlikdami 4 uždavinį).

a) Užrašykite duomenis dažnių lentele.

b) Koks dažniausiai pasitaikantis berniukų (mergaičių) batų dydis?

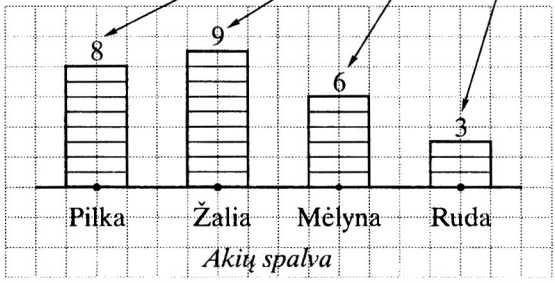
c) Koks didžiausias ir koks mažiausias berniukų (mergaičių) batų dydis?

d) Pasvarstykite, ar panašūs rezultatai į b) ir c) dalies klausimus būtų kitose jūsų mokyklos klasėse; kitų mokyklų klasėse.

1.3. Stulpelinė diagrama

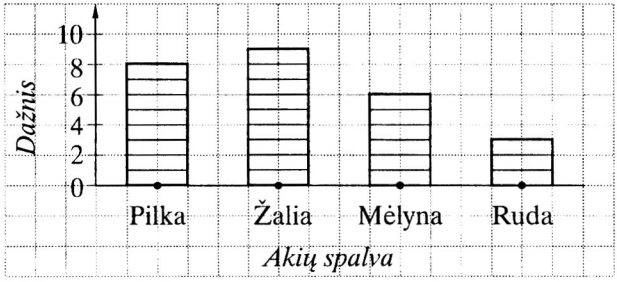
Klasės auklėtoja surinktus ir dažnių lentele surašytus duomenis apie auklėtinių akių spalvą nusprendė pavaizduoti diagrama:

AKIŲ SPALVA	Pilka	Žalia	Mėlyna	Ruda
DAŽNIS	8	9	6	3



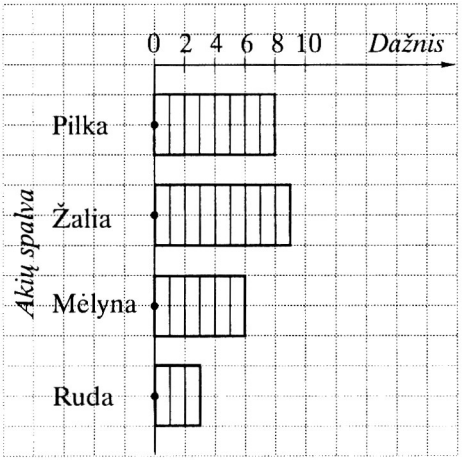
Iš gautos *stulpelinės diagramos* vaizdžiai matyti, kad, pavyzdžiui, žaliaakių tarp tiriamųjų buvo daugiausiai (jų stulpelis aukščiausias), rudaakių — mažiausiai (jų stulpelis žemiausias). Be to, rudaakius atitinkantis stulpelis yra 3 kartus žemesnis už žaliaakių, nes jų yra trigubai mažiau.

Skaičius, kuriuos atitinka stulpelių aukščiai (požymių reikšmių dažnius) patogu žymėti ne virš kiekvieno stulpelio, o *dažnių ašyje* (skaičių spindulyje, kuris statmenas pradinei tiesei):



Dažnių ašis gali būti braižoma iš bet kurios tiesės vietos, tačiau įprasta ją braižyti kairėje pusėje.

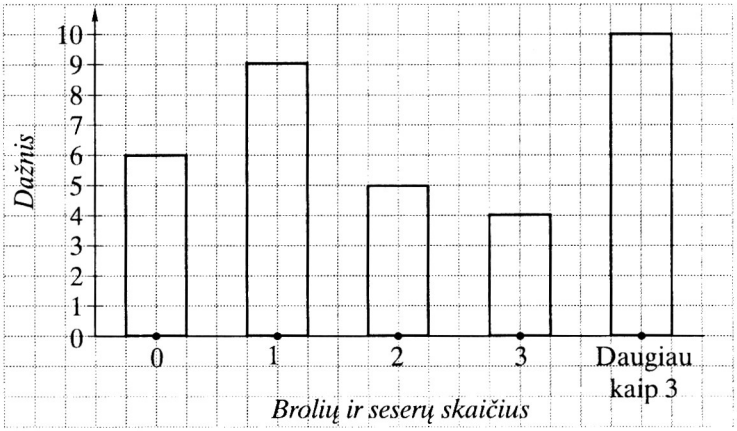
Stulpelinė diagrama gali būti ne tik *vertikali*, bet ir *horizontali*:



Užduotis.

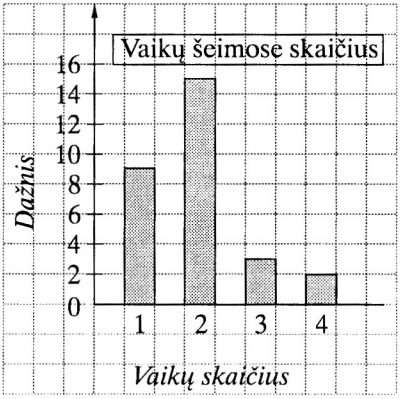
Vaizduodama duomenis apie savo auklėtinių brolių ir seserų skaičių, auklėtoja suklydo. Raskite klaidą diagramoje.

BROLIŲ IR SESERŲ SKAIČIUS	0	1	2	3	Daugiau kaip 3
DAŽNIS	6	9	5	4	2



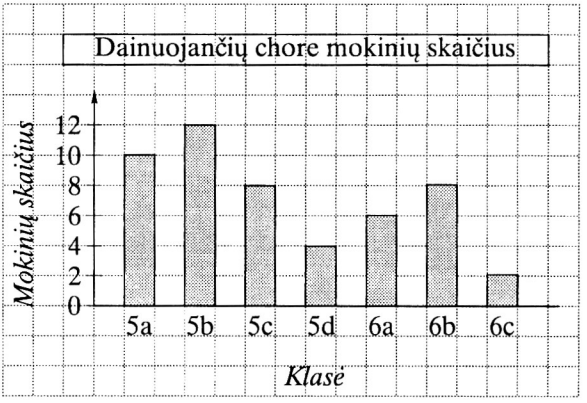
UŽDAVINIAI

11. Apklausus vienos klasės vaikus, kiek jų šeimose yra vaikų, gauti duomenys buvo pavaizduoti stulpeline diagrama:



Sudarykite dažnių lentelę, atitinkančią šią diagramą.

12. Diagramoje pavaizduota, kiek vienos mokyklos 5–6 klasių mokinių dainuoja mokyklos chore.

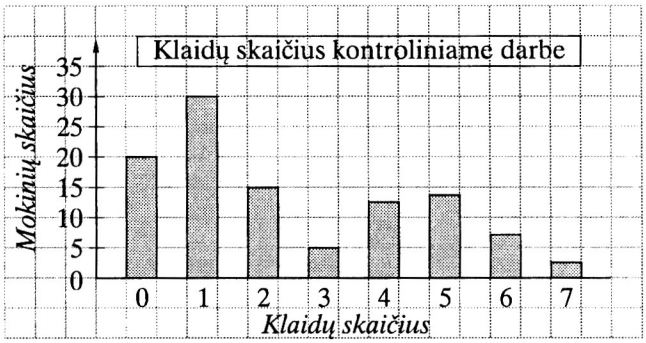


a) Kurios klasės daugiausiai mokinių lanko chorą?

b) Kiek penktokų iš viso dainuoja mokyklos chore?

c) Ar iš diagramos galima sužinoti, kiek iš viso mokinių yra 6b klasėje?

13. Diagramoje pavaizduota, kiek klaidų kontrolinio darbo metu padarė vienos mokyklos trijų penktųjų klasių mokiniai:

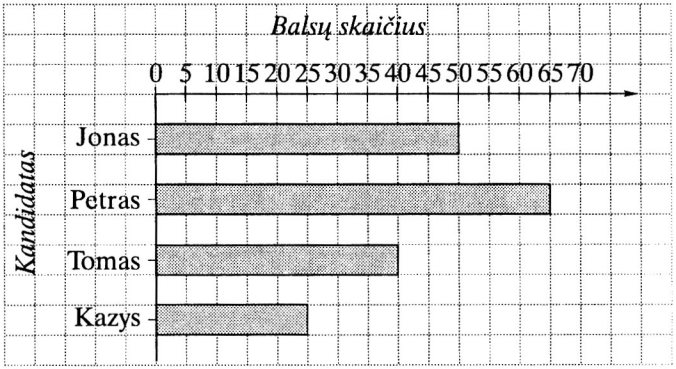


a) Kiek mokinių parašė kontrolinį darbą be klaidų?

b) Kiek klaidų padarė daugiausiai mokinių?

c) Kiek vaikų padarė mažiau nei 3 klaidas?

14. Apklausus 5–6 klasių moksleivius, už kurį kandidatą jie ketina balsuoti per rinkimus į moksleivių tarybą, gauti duomenys pavaizduoti stulpeline diagrama:



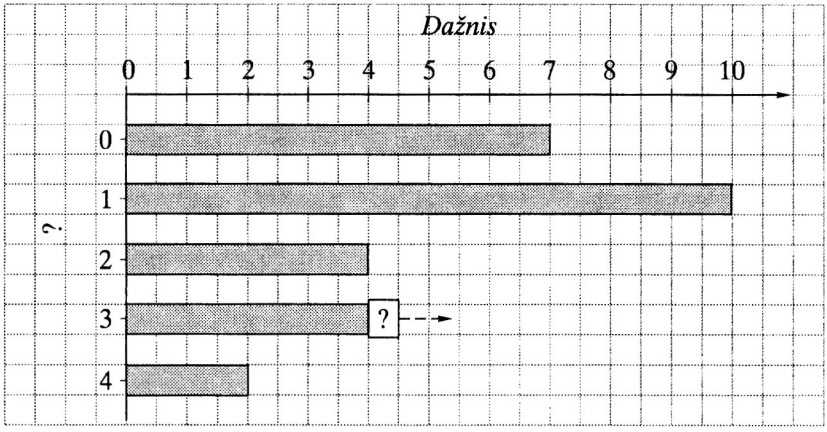
a) Kuris kandidatas surinko daugiausiai balsų?

b) Keliais balsais Jonas atsiliko nuo Petro?

c) Kiek 5–6 klasių moksleivių dalyvavo apklausoje?

15. Apklausus vienos klasės mokinius, kelis gyvūnus jie augina, gauti duomenys buvo užrašyti dažnių lentele ir pavaizduoti stulpeline diagrama. Keletas įrašų bei dalis diagramos netyčia nusitrynė — atstatykite juos.

AUGINAMŲ GYVŪNŲ SKAIČIUS	0	1	2	?	4
DAŽNIS	7	10	4	6	?

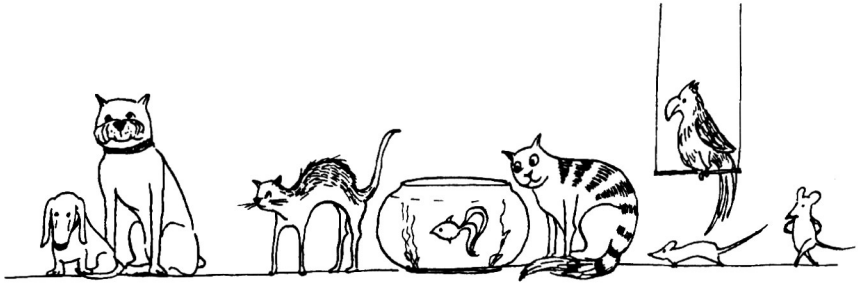


Atsakykite klausimus:

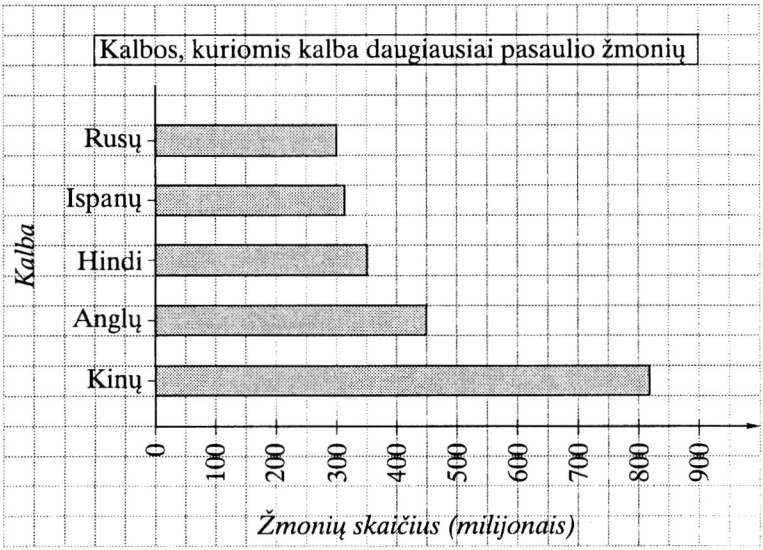
a) Kiek moksleivių buvo apklausta?

b) Keli apklausti mokiniai neaugina namuose gyvūno?

c) Koks auginamų gyvūnų skaičius dažniausias apklaustų mokinių tarpe?



16. Remdamiesi nubraižyta diagrama atsakykite į klausimus:

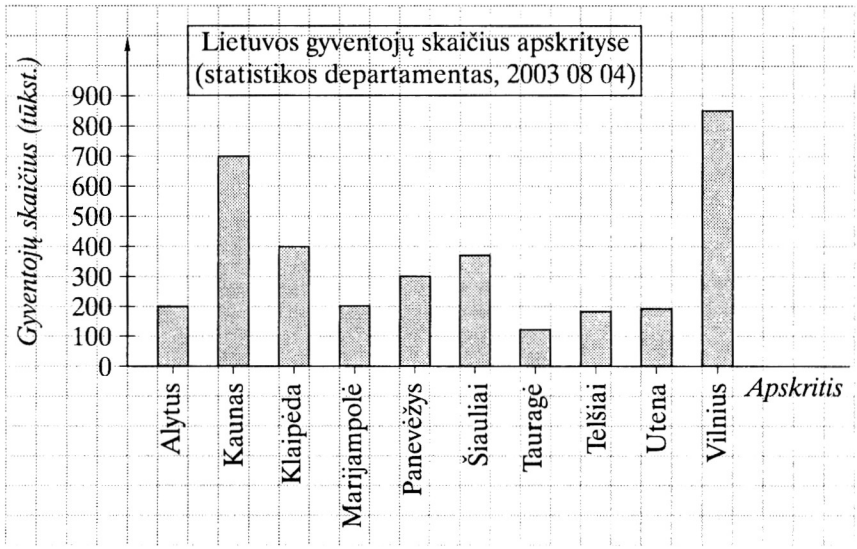


a) Pažiūrėkite į horizontalioje tiesėje esančią skalę. Kiek žmonių žymi tos skalės viena padala (tarpas tarp brūkšnelių)?

b) Kiek maždaug žmonių kalba anglų kalba?

c) Kiek maždaug žmonių kalba kinų kalba?

17. Panagrinėję stulpelinę diagramą, atsakykite į klausimus:



a) Ką vaizduoja diagrama?

b) Į kelias apskritis suskirstyta Lietuva?

c) Pažiūrėkite į vertikalioje tiesėje esančią skalę. Kiek gyventojų žymi tos skalės viena padala (tarpas tarp brūkšnelių)?

d) Ar iš diagramos įmanoma nustatyti tikslų gyventojų apskrityse skaičių?

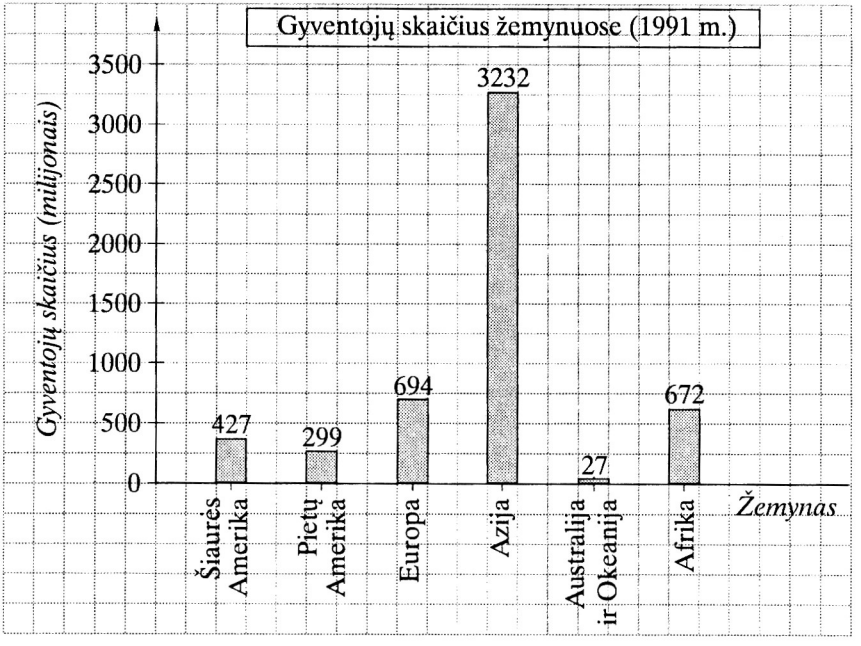
e) Kiek maždaug gyventojų 2003 metais gyveno Kauno apskrityje?

f) Kurioje apskrityje gyventojų skaičius buvo didžiausias?

g) Kurioje apskrityje gyventojų skaičius buvo mažiausias?

h) Palyginkite jūsų apskrities gyventojų skaičių su gretimų apskričių gyventojų skaičiumi.

18. Vertikalioje stulpelinėje diagramoje parodytas apytikslis gyventojų skaičius žemynuose 1991 metais.



Pasirinkite teisingą atsakymą:

a) Kuriame žemyne gyvena daugiausiai gyventojų?

A Šiaurės Amerikoje

B Europoje

C Afrikoje

D Azijoje

E Australijoje ir Okeanijoje

b) Kiek apytiksliai gyventojų gyvena Europoje?

A 694

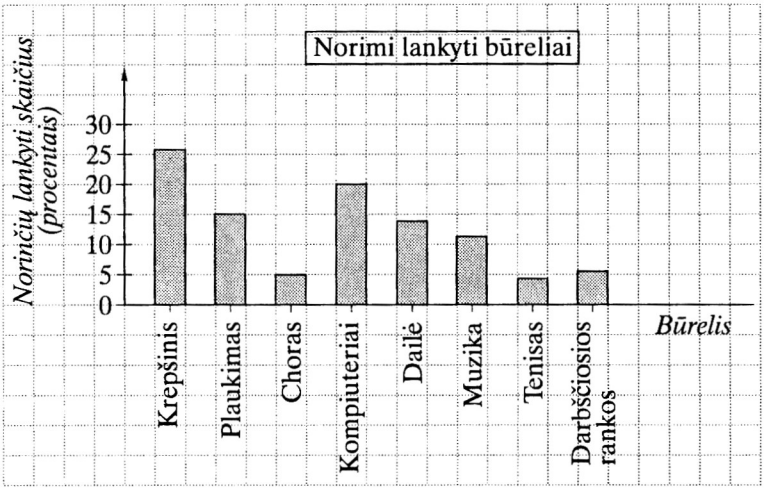
B 694 000

C 6,94 mln.

D 694 000 000

E 694 000 000 000

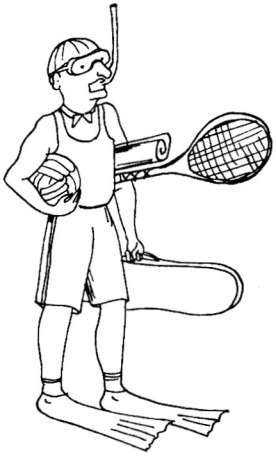
19. Buvo apklausti kelių mokyklų penktų–septintų klasių mokiniai. Kiekvienas vaikas turėjo nurodyti vieną būrelį, kurį jis labiausiai norėtų lankyti. Surinkti duomenys buvo pavaizduoti tokia stulpeline diagrama:



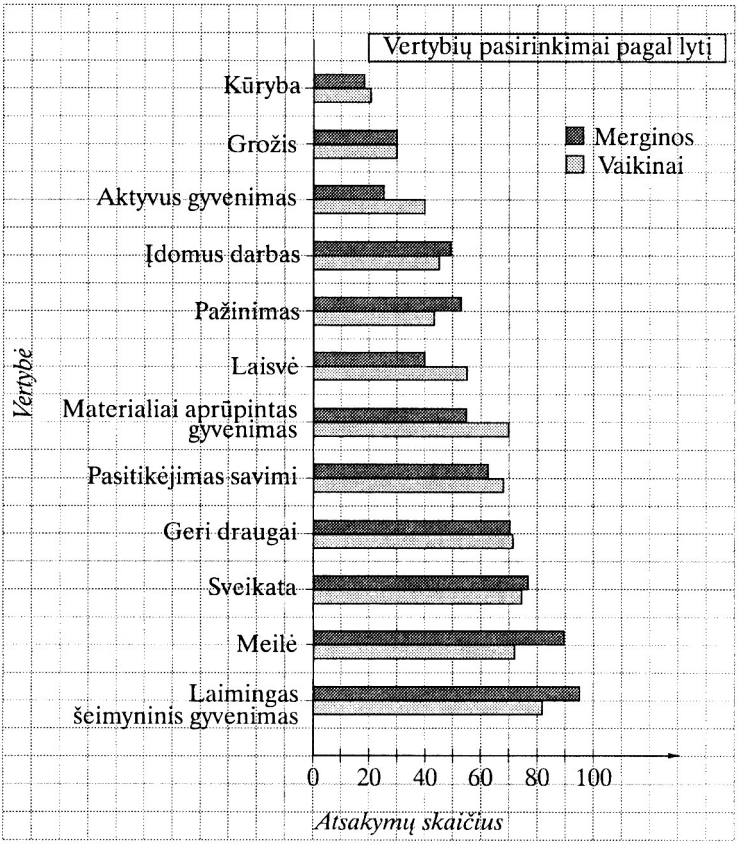
a) Kokį būrelį norėtų lankyti daugiausiai moksleivių?

b) Koks būrelis antras pagal norinčiųjų jį lankyti skaičių?

c) Kiek procentų moksleivių norėtų lankyti dailės būrelį?



20. Siekiant ištirti pirmo kurso studentų vertybinę orientaciją, buvo apklausta po vienodai merginų ir vaikinų. Kiekvienas studentas turėjo nurodyti tris jam svarbiausias vertybes iš pasiūlytų dvylikos. Apdorojus duomenis, gauta tokia diagrama:



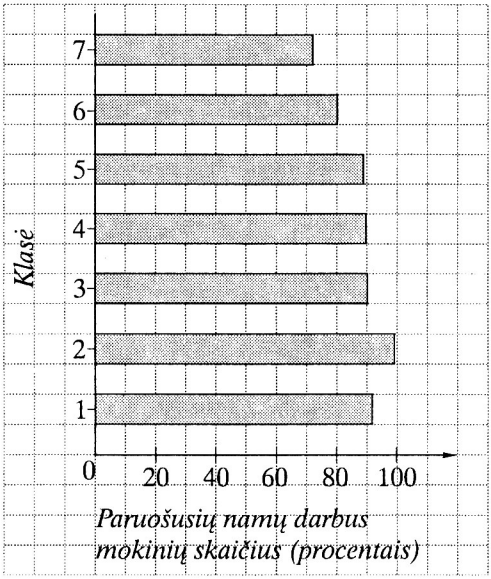
a) Kokioms trims vertybėms pirmenybę teikė vaikinai? merginos?

b) Į kokias vertybes merginų ir vaikinų požiūriai beveik nesiskyrė?

c) Palyginkite apklaustų merginų ir vaikinų požiūrį į aktyvų gyvenimą, laisvę, meilę, laimingą šeimyninį gyvenimą.

d) Padiskutuokite apie jūsų amžiaus merginų ir vaikinų požiūrį į pasiūlytas vertybes: kaip jis priklauso nuo amžiaus, lyties.

21. Vienoje mokykloje buvo aiškinamasi, ar 1–7 klasių mokiniai paruošė tos dienos matematikos namų darbus. Apklausus visus tų klasių moksleivius, gauti rezultatai pavaizduoti tokia stulpeline diagrama:



a) Kurioje klasėje paruošusių matematikos namų darbus skaičius (procentais) buvo didžiausias?

b) Kiek procentų 3 klasės mokinių paruošė matematikos namų darbus?

c) Kiek procentų 4 klasės mokinių neparuošė matematikos namų darbų?

d) Kiek šeštokų paruošė matematikos namų darbus, jei visose šeštose klasėse mokosi 200 moksleivių?

e) Kiek moksleivių mokosi tos mokyklos 3-ioje klasėje, jei matematikos namų darbus atliko 180 trečiokų?

22. PRAKTINĖ UŽDUOTIS

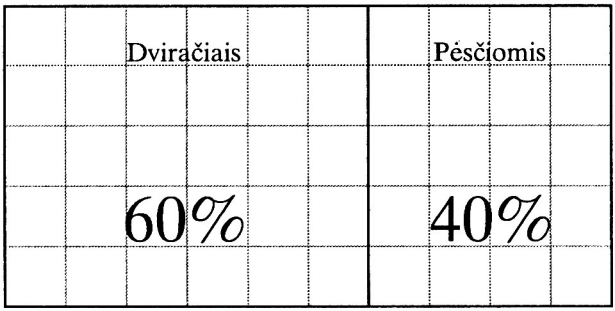
1) Suraskite 2–3 pavyzdžius *stulpelinėmis diagramomis* pavaizduotos informacijos laikraščiuose, žurnaluose, vadovėliuose, internete ar pan.

2) Keliais sakiniais aprašykite, ką vaizduoja kiekviena surasta diagrama.

3) Kiekvienai surastai diagramai parašykite po tris klausimus (paklauskite apie požymio reikšmių dažnį, duomenų rūšį, diagramos skales ir pan.).

1.4. Stačiakampė diagrama

Klasės auklėtoja apklausė 30 auklėtinių, kaip jie norėtų vyktį į žygį — pėsčiomis ar dviračiais. Surinktus duomenis ji pavaizdavo *stačiakampe* diagrama:



Užduotis.

a) Kam lygi stačiakampėje diagramoje nurodytų procentų suma? Ar visada taip turi būti?

b) Iš šios *stačiakampės* diagramos pasakykite, kokių klasės vaikų daugiau — norinčių vykti į žygį pėsčiomis ar dviračiais.

c) Kiek moksleivių norėtų vykti į žygį pėsčiomis?
Sprendimas. Apklausta buvo 30 moksleivių. Iš diagramos matome, kad 40% į žygį nori vykti pėsčiomis (likę 60% — dviračiais). Kadangi 100% atitinka 30 moksleivių, tai:
- 1% atitinka $\frac{30}{100} = 0{,}3$ moksleivio;
- 40% atitinka $0{,}3 \cdot 40 = 12$ moksleivių.

d) Kiek moksleivių norėtų vykti į žygį dviračiais?

23. Šeštoko Vyto klasės draugai mano, kad Vytas gerai atstovautų 5–6 klasių moksleivių interesus mokyklos taryboje. Norėdami sužinoti, ar taip mano ir kitų 5–6 klasių mokyklos moksleiviai, jie apklausė 60 tų klasių moksleivių, už kurį kandidatą — Vaidą, Remigijų ar Vytą — jie ketina balsuoti rinkimuose į mokyklos tarybą. Gautus duomenis draugai pavaizdavo tokia stačiakampe diagrama:

15% Vaidas	30% Remigijus	55% Vytas

a) Už kurį kandidatą pasisakė daugiausiai apklaustųjų?

b) Kaip nustatyti, kiek apklaustųjų balsuotų už Vytą?
Sprendimas. Diagramoje pavaizduotų procentų suma lygi 100%. Kadangi buvo apklausta 60 mokinių, tai

$$1\% \text{ atitinka } \frac{60}{100} = 0{,}6 \text{ moksleivio.}$$

Už Vytą ketina balsuoti 55% apklaustųjų, kas atitinka

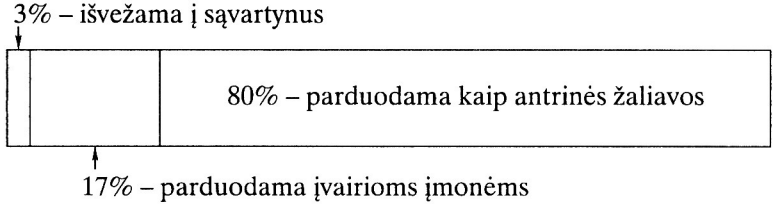
$$0{,}6 \cdot 55 = 33 \text{ moksleivius.}$$

Atsakymas. 33 moksleiviai.

c) Keli apklaustieji atsakė, kad balsuos už Remigijų?

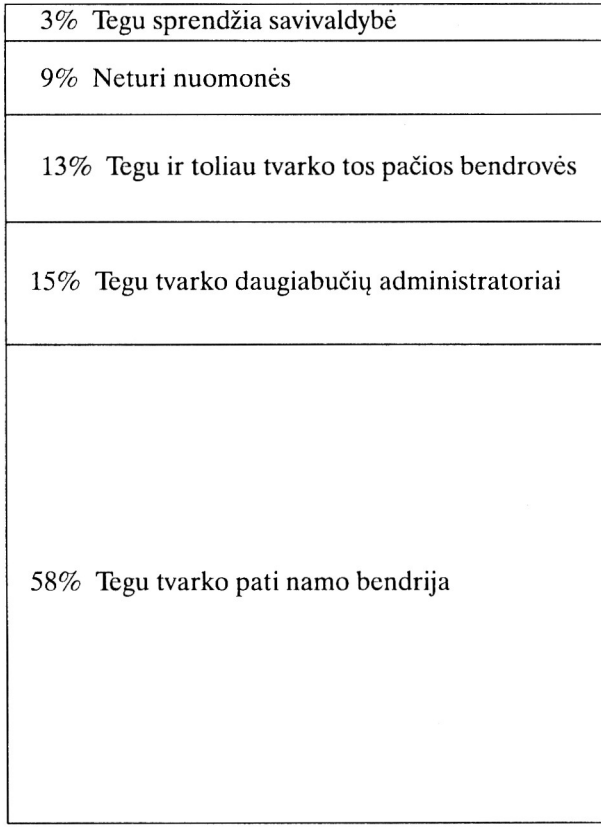
d) Kaip manote, ar galima tikėtis, kad iš nurodytų trijų kandidatų Vytas laimės rinkimus į mokyklos tarybą?

24. Vartydama laikraščius Birutė pamatė diagramą, vaizduojančią, kaip pasiskirsto mieste susikaupusios stiklo atliekos.



Mergaitė perskaitė, kad šiemet mieste susidarys apie 12 tonų stiklo atliekų. Kiek kilogramų tų atliekų pateks į sąvartynus?

25. Apklausus 4000 Klaipėdos miesto daugiabučių namų gyventojų, kam reikėtų patikėti daugiabučių namų priežiūrą, gauti duomenys buvo pavaizduoti stačiakampe diagrama:

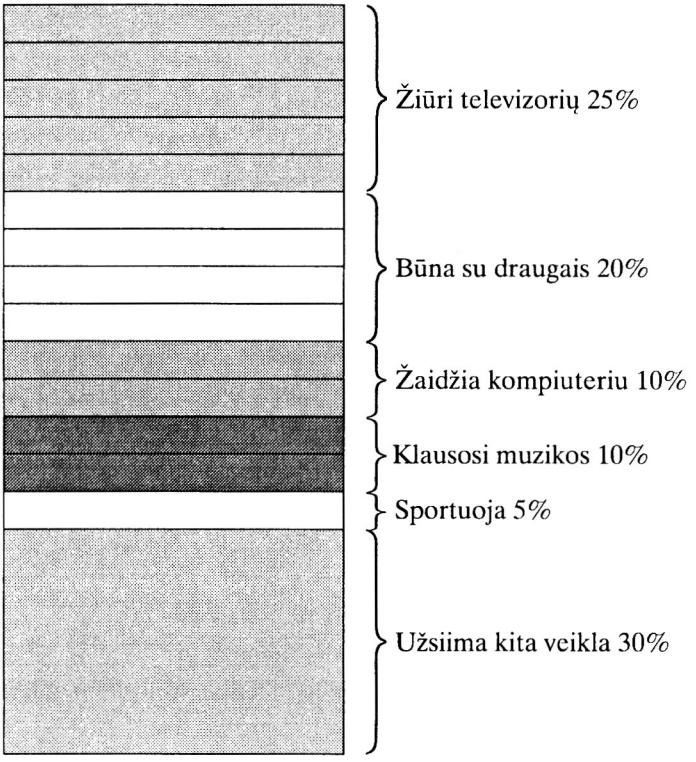


a) Kokia buvo daugumos apklaustųjų nuomonė apie tai, kam reikėtų patikėti daugiabučių namų priežiūrą?

b) Keli apklaustieji pasisakė už tai, kad priežiūrą vykdytų pačios namų bendrijos?

c) Kaip manote, ar galima tikėtis, kad panašiai pasiskirstytų kitų gyvenančių daugiabučiuose miestiečių nuomonės?

26. Apklausus 12–13 metų 680 moksleivių, kaip jie dažniausiai leidžia savo laisvalaikį, gauti duomenys buvo pavaizduoti stačiakampe diagrama:



Remdamiesi diagrama atsakykite į klausimus:

a) Kaip dažniausiai apklaustieji moksleiviai leidžia savo laisvalaikį?

b) Ar galima teigti, kad rečiausiai moksleiviai sportuoja?

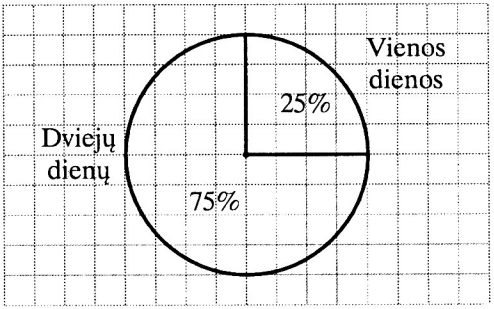
c) Kokios laisvalaikio praleidimo formos galėtų būti skiltyje „Užsiima kita veikla“?

d) Nustatykite, kiek apklaustųjų atsakė, kad dažniausiai laisvalaikį leidžia būdami su draugais?

e) Apskaičiuokite, kiek apklaustųjų dažniausiai laisvalaikį leidžia žiūrėdami televizorių.

1.5. Skritulinė diagrama

Klasės auklėtoja apklausė 28 auklėtinius, į kelių dienų žygį jie nori vykti — į vienos ar į dviejų? Surinktus duomenis ji pavaizdavo tokia diagrama:



Užduotis.

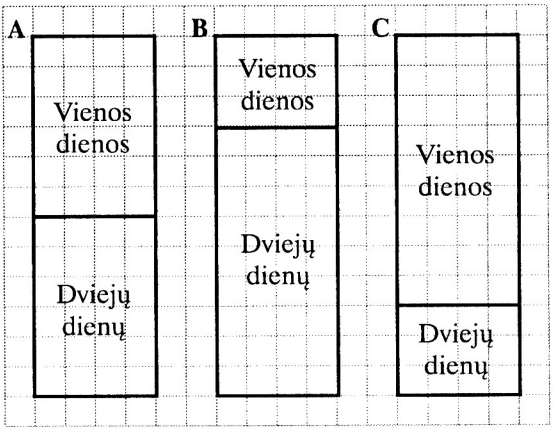
a) Kam lygi skritulinėje diagramoje nurodytų procentų suma? Ar visada taip turi būti?

b) Iš šios skritulinės diagramos pasakykite, kokių apklaustųjų daugiau — norinčių vykti į vienos dienos žygį ar į dviejų.

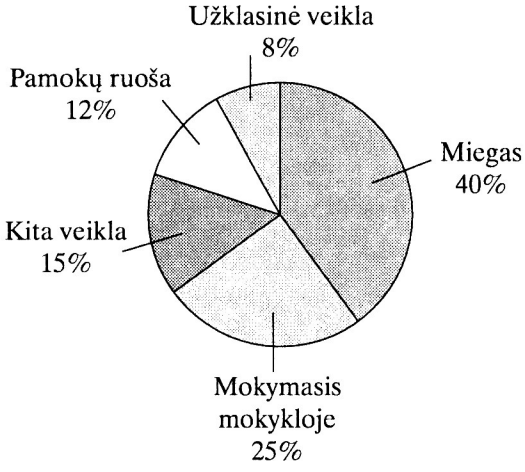
c) Kuri dalis moksleivių norėtų vykti į vienos dienos žygį?

d) Kiek moksleivių norėtų vykti į dviejų dienų žygį?

e) Kuri stačiakampė diagrama atitinka pavaizduotą skritulinę diagramą?



27. Mindaugas nubraižė skritulinę diagramą, vaizduojančią jo vienos paros užimtumą:



Remdamiesi diagrama atsakykite į klausimus:

a) Daugausiai paros laiko Mindaugas miegojo. Kiek tai sudarė valandų?
Sprendimas. Diagramoje pavaizduotų procentų suma lygi ☁.
Kadangi paroje yra ☁ valandų, tai

$$1\%\ \text{atitinka}\ \frac{\text{☁}}{100} = \text{☁}\ \text{valandų.}$$

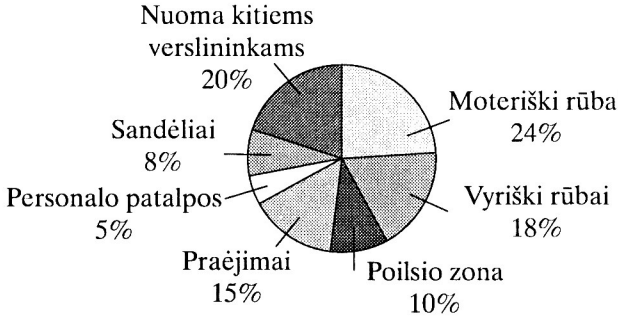
Mindaugas miegojo ☁ % paros laiko, kas atitinka

$$\text{☁} \times \text{☁} = \text{☁}\ \text{val.}$$

Atsakymas. ☁ valandų.

b) Padiskutuokite, ar galima teigti, kad mažiausiai tos paros laiko Mindaugas skyrė užklasinei veiklai (pagalvokite, kokia veikla gali būti skiltyje „kita veikla“).

28. UAB „Rūbai Tau“ vadovai naujų ką tik įrengtų 1800 m^2 patalpų plotą nusprendė paskirstyti taip:

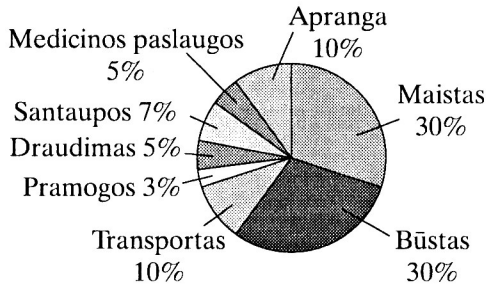


a) Kam lygi diagramoje pavaizduotų procentų suma?

b) Kokį plotą numatoma skirti lankytojų poilsiui?

c) Kokiai reikmei numatyta skirti didžiausią plotą? Kiek tai yra kvadratinių metrų?

29. Skirtulinėje diagramoje pavaizduota, kaip maždaug pasiskirsto Kalvaičių šeimos metinės pajamos:



Ateinančiais metais šeima planuoja gauti 30 000 Lt pajamų.

a) Kam lygi diagramoje pavaizduotų procentų suma?

b) Kurioms reikmėms Kalvaičių šeima išleidžia daugiausiai pinigų?

c) Kuriai reikmei Kalvaičių šeima išleidžia mažiausiai pinigų?

d) Kiek maždaug pinigų ateinančiais metais planuoja sutaupyti ši šeima?

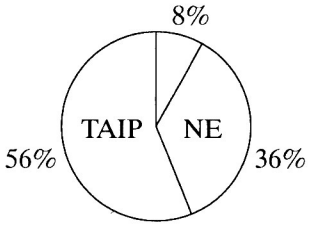
e) Kiek maždaug pinigų ateinančiais metais šeima planuoja išleisti transportui?

30. GRUPINIS DARBAS

Ką vaizduoja kiekviena iš žemiau pateiktų diagramų a), b) ir c)? Padiskutuokite, kokia informacija atskleista šiose diagramose (atkreipkite dėmesį į apklaustųjų skaičiaus skelbimą).

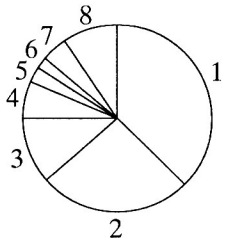
Suformuluokite keletą klausimų, į kuriuos būtų galima atsakyti remiantis diagramose pateikta informacija.

a) Ar Lietuvos gyventojai pritaria žemės pardavimui užsieniečiams?



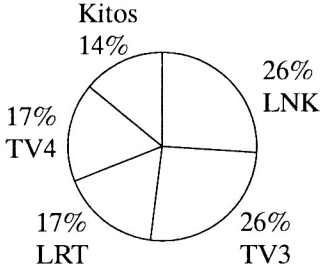
- Taip
- Ne
- Neturi nuomonės

b) Elektros vartojimas buityje Norvegijoje



1. Patalpų šildymas
2. Vandens šildymas
3. Apšvietimas
4. Šaldymas
5. Džiovinimas
6. Kanalizacija
7. Maisto gamyba
8. Kita

c) Vidutinė savaitės TV auditorijos struktūra



Laikotarpis nuo 1999-09-12 iki 1999-10-12.
Apklausta visų Lietuvos regionų 1400 gyventojų nuo 12 iki 74 metų.

31. PRAKTINĖ UŽDUOTIS

1) Laikraščiuose, žurnaluose, vadovėliuose, internete ar pan. raskite 2–3 pavyzdžius informacijos, pateiktos *skrituline* arba *stačiakampe* diagramomis.

2) 1–2 sakiniais parašykite, ką vaizduoja kiekviena diagrama.

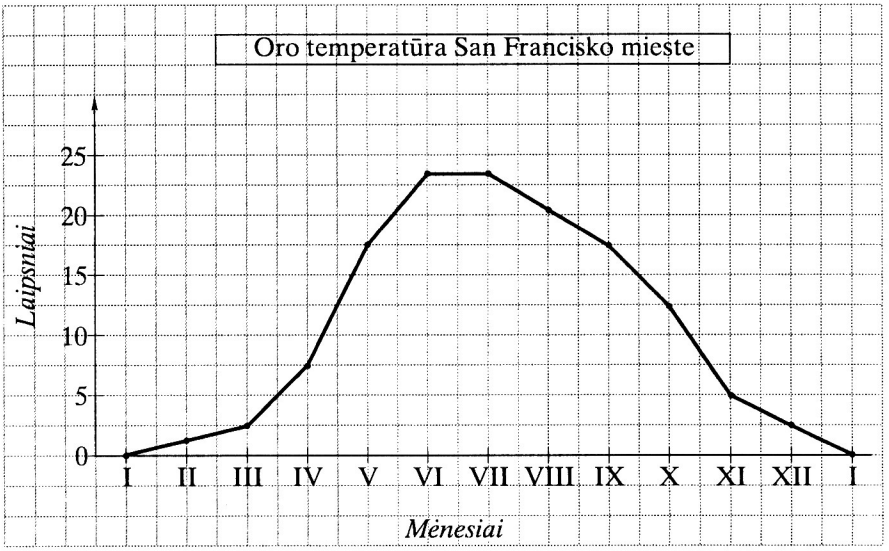
3) Kiekvienai surastai diagramai parašykite po tris klausimus.

Apsilankykite internetinėse svetainėse:
http://www.emokykla.lt
http://www.std.lt
http://www.euro.lt
http://www.am.lt
http://www.archivesmath.ntk.edu/topics/statistics.html

1.6. Linijinė diagrama

Kai stebimas vieno požymio (temperatūros, nedarbo, gyventojų skaičiaus, valiutos kurso ir pan.) didumo kitimas *tam tikru laikotarpiu*, tai duomenys dažniausiai vaizduojami *linijine diagrama*, t. y. diagrama, sudaryta iš sujungtų atkarpų.

Pavyzdžiui, kaip kito vidutinė mėnesio oro temperatūra (laipsniais) San Francisko mieste metų bėgyje, pavaizduota taip:



Užduotis.

Remdamiesi diagrama atsakykite į klausimus:

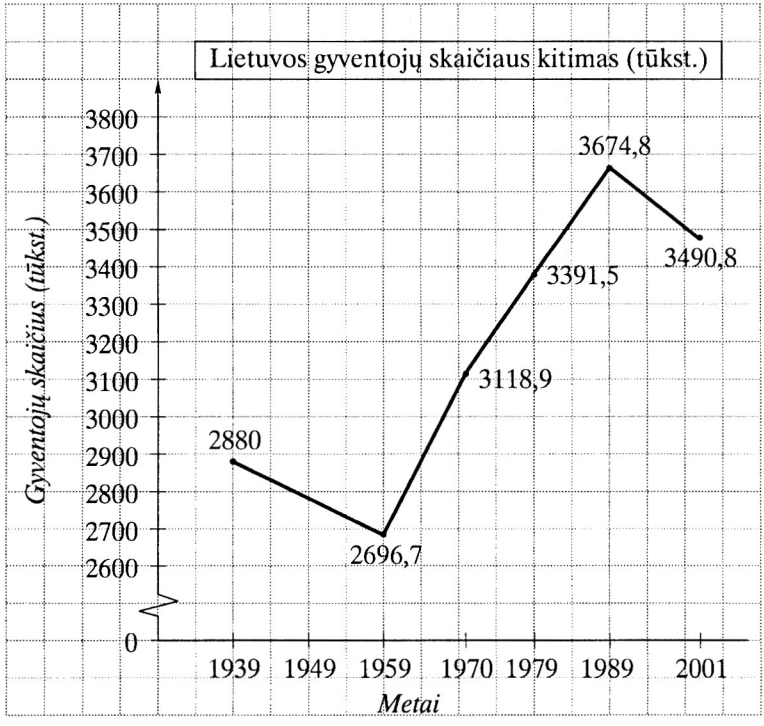
a) Kurį mėnesį vidutinė oro temperatūra buvo žemiausia?

b) Kuriais mėnesiais vidutinė oro temperatūra buvo ne mažesnė (lygi arba didesnė) už 20 laipsnių?

c) Kuriuo laikotarpiu temperatūra kilo?

d) Kuriuo laikotarpiu temperatūra krito?

32. Remdamiesi diagrama atsakykite į klausimus:



a) Kuriais iš nurodytų metų Lietuvoje buvo daugiausiai gyventojų?

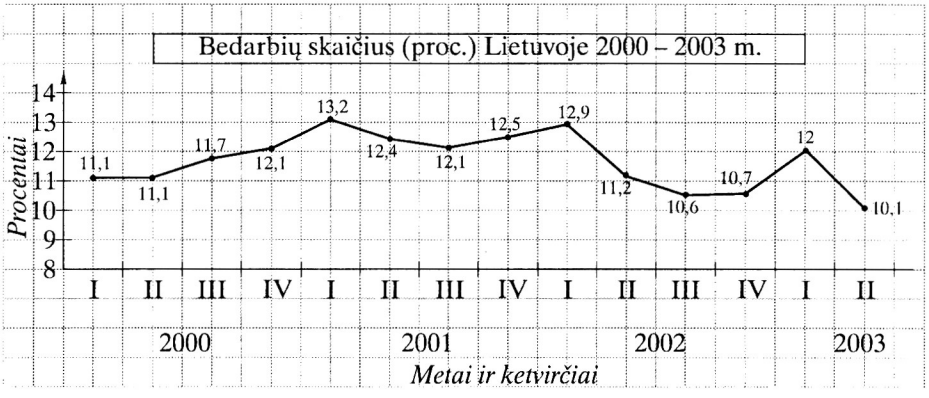
b) Kuriame XX amžiaus dešimtmetyje (iš pavaizduotų diagramoje) žmonių skaičius Lietuvoje augo sparčiausiai?

c) Kiek maždaug gyventojų buvo Lietuvoje 2001 metais (atkreipkite dėmesį į matavimo vienetus)?

d) Kiek maždaug gyventojų sumažėjo Lietuvoje nuo 1989 iki 2001 metų?

e) Statistikos departamento prie Lietuvos Respublikos Vyriausybės duomenimis 2003 II ketvirtį Lietuvoje buvo 3458,2 tūkst. gyventojų. Ką galite pasakyti apie gyventojų skaičiaus kitimą palyginus su 2001 metais?

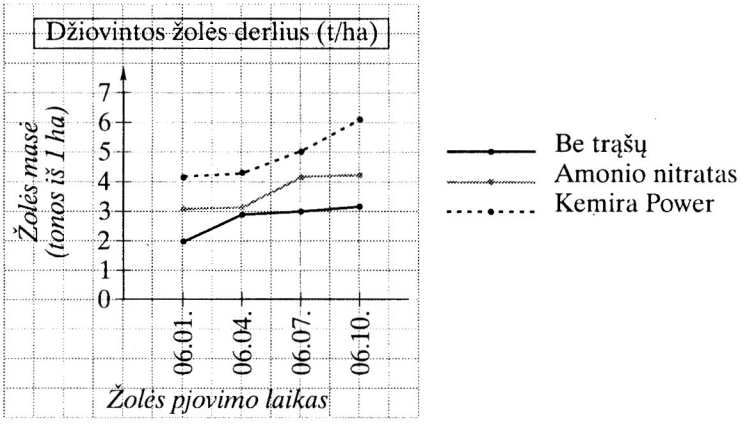
33. Diagramoje pavaizduota, kiek procentų Lietuvos gyventojų (darbo biržos duomenimis, 2003 08) 2000–2003 metais neturėjo darbo:



a) Kurių metų ir kuriais ketvirčiais bedarbių skaičius Lietuvoje mažėjo?

b) Keliais procentais padidėjo bedarbių skaičius nuo 2000 I ketvirčio iki 2001 I ketvirčio?

34. Linijinė diagrama vaizduoja, kaip tų pačių metų žolės derlius priklauso nuo žolės pjūties laiko ir trąšų rūšies (amonio nitrato arba „Kemira Power“).



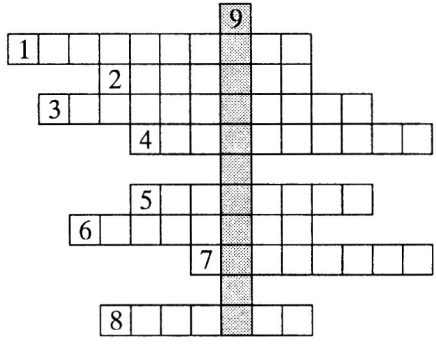
a) Kuris iš pavaizduotų laikotarpių tinkamiausias pjauti žolei?

b) Kiek gauta sausos žolės (tonomis iš hektaro) nupjovus ją 06. 07, jei ji buvo tręšta „Kemira Power“ trąšomis?

*c) Koks derlius gautas nupjovus 10 hektarų žolės 06. 10, jeigu ji nebuvo tręšiama?

1.7. Pasitikrinkite, ko išmokote

35. Surašykite tinkamus žodžius.



Stulpeline
Kiekybiniai
Kokybiniai
Stačiakampe
Linijine
Duomenis
Lentele
Dažnius
Diagrama

1. Požymio reikšmių ir jų dažnių sąsaja vaizduojama ..... diagrama.
2. Surinktus duomenis užrašome dažnių .....
3. Skrituline diagrama pavaizduotus duomenis galima pavaizduoti ir ..... diagrama.
4. Pagal kokybinį požymį surinkti duomenys yra .....
5. Iš sujungtų atkarpų sudaryta diagrama vadinama .....
6. Stebėdami, apklausdami, matuodami ar skaičiuodami surenkame .....
7. Duomenys vaizduojami .....
8. Dažnių lentelės vienoje eilutėje surašome skirtingas požymio reikšmes, o kitoje — požymio reikšmių .....
9. Duomenys būna kokybiniai ir .....

36. Moksleiviai rinko informaciją, kiek leidinių praėjusį mėnesį prenumeravo jų šeimos. Gauti tokie rezultatai:

1, 1, 2, 3, 1, 0, 0, 1, 4, 5, 3, 2, 2, 0, 0, 1, 1, 2, 5, 2, 1, 4, 3, 2, 1, 1.

Pateikite šiuos duomenis dažnių lentele.

37. Tikrindama parašytą diktantą mokytoja suskaičiavo, kiek klaidų padarė kiekvienas moksleivis. Rezultatus ji užrašė dažnių lentele:

KLAIDŲ SKAIČIUS	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
DAŽNIS	1	1	0	2	4	6	5	1	3	1	1

a) Kiek daugiausiai buvo padaryta klaidų?

b) Koks klaidų skaičius pasitaikė dažniausiai?

c) Kelių moksleivių darbus taisė mokytoja?

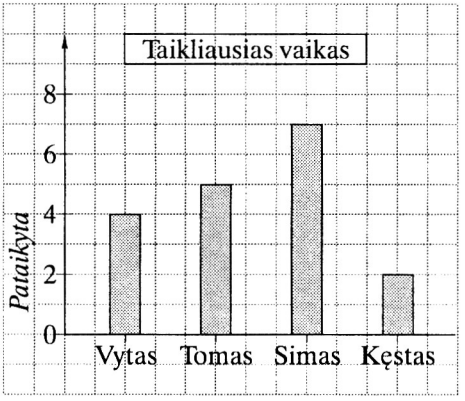
38. Mokiniai balsavo, į kurį miestą norėtų važiuoti savaitgalį. Duomenys buvo registruojami lentoje nubraižytoje lentelėje. Per pertrauką dalis duomenų buvo nuvalyta.

MIESTAS	Vilnius	Kaunas	Trakai	Anykščiai
REGISTRACIJA	*IIIII I*	*IIII*	*IIIII IIIII*	?
DAŽNIS	6	4	?	?

a) Kiek vaikų balsavo už kelionę į Anykščius, jei tą dieną klasėje buvo 24 mokiniai?

b) Į kurį miestą norėjo važiuoti daugiausiai mokinių?

39. Keturi draugai į krepšį metė po 10 kartų. Kiek kartų kiekvienas jų pataikė, pavaizduota stulpeline diagrama:

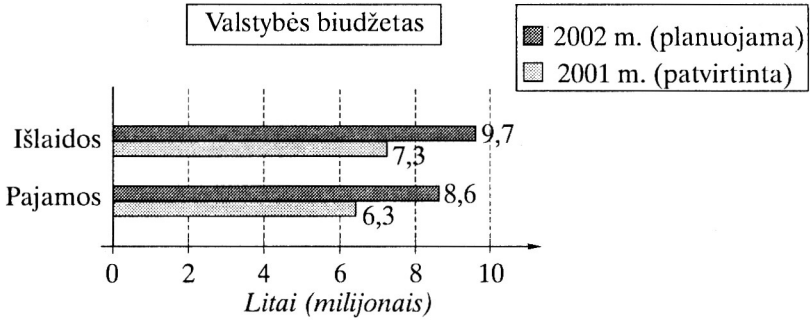


a) Kokie duomenys — kokybiniai ar kiekybiniai pavaizduoti diagramoje?

b) Kiek kartų pataikė Tomas?

c) Kurie vaikai pataikė daugiau nei keturis kartus?

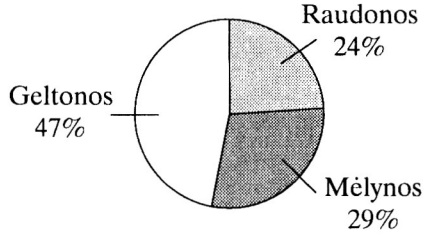
40. Diagramoje pavaizduota, kiek 2001 m. Lietuvos valstybė gavo pajamų bei kiek turėjo išlaidų. Taip pat diagramoje vaizduojama, kiek buvo planuojama gauti pajamų ir kiek buvo planuojama išleisti 2002 metais.



a) Kokios rūšies diagrama pavaizduotas 2001 m. ir 2002 m. Lietuvos biudžetas?

b) Kiek buvo planuojama padidinti valstybės pajamas 2002 metais palyginus su 2001 metais?

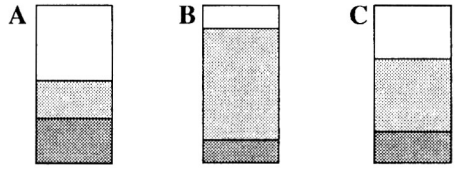
41. Per mėnesį įmonė pagamino 200 trijų spalvų plastikinių kėdučių:



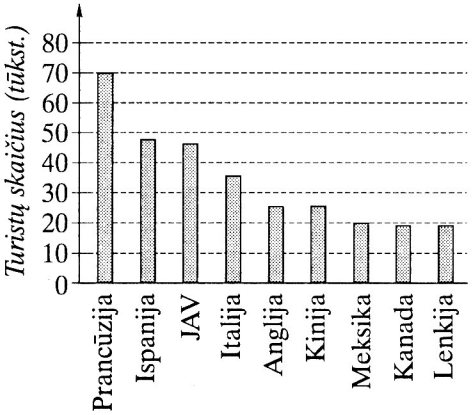
a) Kokios spalvos kėdučių įmonė pagamino daugiausiai?

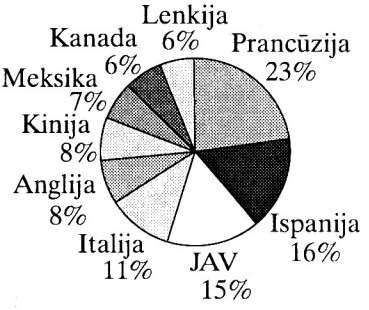
b) Kiek įmonė pagamino mėlynų kėdučių?

c) Kuri stačiakampė diagrama vaizduoja tuos pačius duomenis, kaip ir duotoji skritulinė diagrama?



42. Diagramose pavaizduotos labiausiai Lietuvos turistų 1998 metais lankytos šalys.





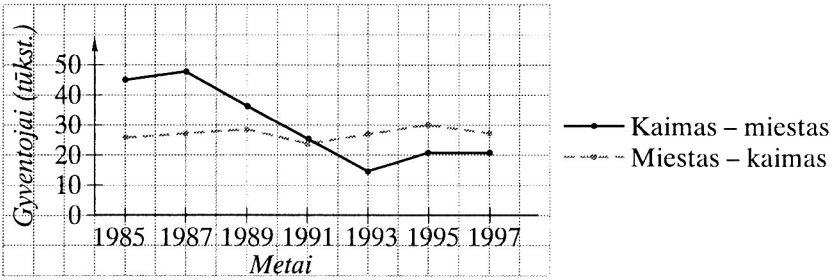
a) Kuriose trijose šalyse 1998 metais apsilankė daugiausiai turistų iš Lietuvos?

b) Kiek daugiau turistų (apytiksliai) 1998 m. apsilankė Prancūzijoje negu Meksikoje?

c) Kiek maždaug turistų apsilankė diagramose pavaizduotose šalyse 1998 metais?

A 30 tūkst. **B** 300 tūkst. **C** 7000 **D** 70 tūkst.

43. Diagramoje pavaizduoti pagrindiniai Lietuvos gyventojų migraciniai srautai iš kaimo į miestą ir iš miesto į kaimą.



a) Kas pažymėta vertikalioje ir kas — horizontalioje skalėse?

b) Kaip kito gyventojų, persikeliančių iš kaimo į miestą, skaičius?

c) Kiek maždaug gyventojų 1997 metais atvyko iš miesto į kaimą ir kiek — iš kaimo į miestą?

44. PROBLEMŲ SPRENDIMAS

Prisiminkite skyriaus pradžioje suformuluotą problemą:

Moksleiviai su auklėtoja nutarė pavasario atostogų metu pakeliauti po apylinkes. Namuose auklėtojai toptelėjo mintis, kad geriausia būtų keliauti dviračiais. Kitą dieną, atėjusi į mokyklą, auklėtoja sutiko tris auklėtines — Agnę, Jūratę ir Simoną ir pasidalijo savo ketinimais. Tačiau tos mergaitės dviračiais keliauti atsisakė. Ar tai reiškia, kad keliauti dviračiais atsisakys ir kiti vaikai? Ką daryti auklėtojai?

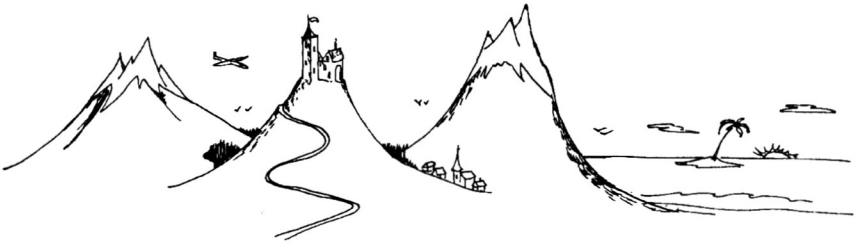
a) Padiskutuokite, kaip sprendėte šią problemą skyriaus pradžioje ir kaip ją siūlote spręsti dabar.

b) Ar žinote, kur ir kokiu būdu pavasario atostogų metu norėtų pakeliauti dauguma jūsų klasės mokinių?

Tegul klasiokai pasiūlo keletą keliavimo būdų (pvz. pėsčiomis, dviračiais, automobiliais) ir keletą vietovių pavadinimų, kur norėtų nuvykti. Užrašykite juos lentoje. Grupėse sudarykite anketą, kuri leistų atsakyti į b) dalies klausimus (nepamirškite numatyti galimų atsakymų). Išrinkite tinkamiausią anketą ir visi atsakykite į joje esančius klausimus.

Sudarykite surinktų duomenų dažnių lentelę.

Aptarkite rezultatus ir pasiūlykite klasės auklėtojai savo „svajonių kelionę".



2 DUOMENŲ VAIZDAVIMAS

Turinys

2.1. Duomenų vaizdavimas stulpeline diagrama
2.2. Duomenų vaizdavimas skrituline, stačiakampe diagrama
2.3. Duomenų vaizdavimas linijine diagrama
2.4. Duomenų grupavimas. Sugrupuotų duomenų vaizdavimas
2.5. Kaip pasirinkti duomenų vaizdavimo būdą?
2.6. Statistinis tyrimas
2.7. Pasitikrinkite, ko išmokote

Pagrindinės sąvokos:

Statistinis tyrimas, stulpelinė diagrama, sugrupuotų duomenų stulpelinė diagrama, skritulinė diagrama, stačiakampė diagrama, linijinė diagrama.

Išmokęs skyrių gebėsi:

- paaiškinti, kaip atliekamas statistinis tyrimas;
- braižyti surinktų duomenų stulpelinę, skritulinę, stačiakampę, linijinę diagramas;
- paaiškinti, kada duomenys yra grupuojami į intervalus, ir mokėsi braižyti sugrupuotų duomenų stulpelinę diagramą;
- tinkamai parinkti duomenų vaizdavimo būdą.

Problema:

Giedriui atrodo, kad mokytojai užduoda per daug namų darbų. Rimantė nesutinka, nes ji dažniausiai namų darbus ruošia trumpiau nei jos draugė iš kitos mokyklos.

Kaip manai, kiek laiko tavo amžiaus moksleiviai atlieka namų darbus, ir ar mokytojai užduoda per daug namų darbų?

Pabandykite atsakyti į tokius klausimus:

1. Kiek maždaug laiko tavo klasės draugai per savaitę ruošia namų darbus?
2. Kokių dalykų namų darbų ruošimui jie skiria daugiausiai laiko?
3. Kiek laiko klasės draugai ruošia lietuvių kalbos namų darbus?
4. Ar berniukai ir mergaitės po tiek pat laiko skiria namų darbų ruošimui?

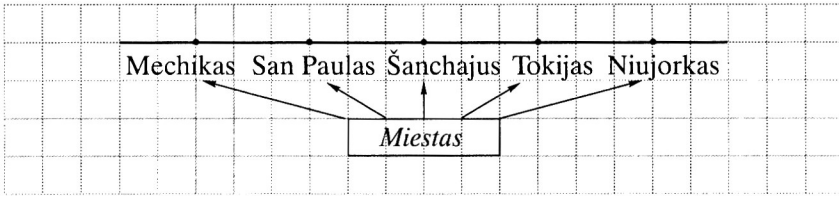
2.1. Duomenų vaizdavimas stulpeline diagrama

Lentelėje surašyti didžiausių pasaulio miestų gyventojų skaičiai (1999 m.):

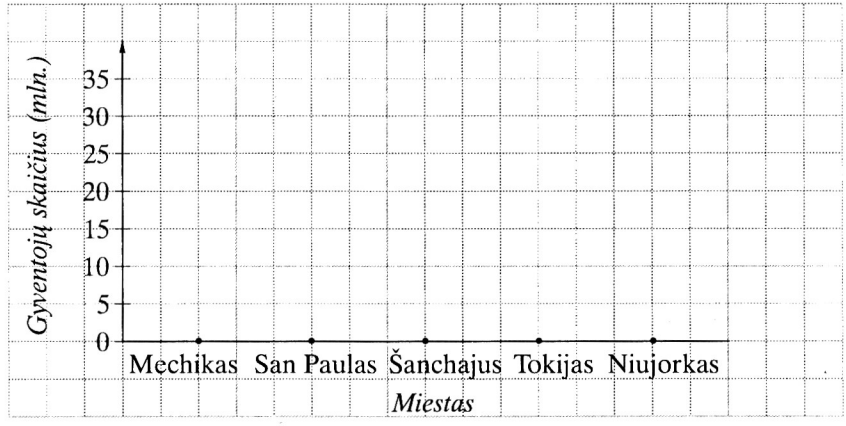
MIESTAS	Mechikas	San Paulas	Šanchajus	Tokijas	Niujorkas
GYVENTOJAI	31 000 000	26 000 000	24 000 000	24 000 000	23 000 000

Pavaizduokime tuos duomenis stulpeline diagrama.

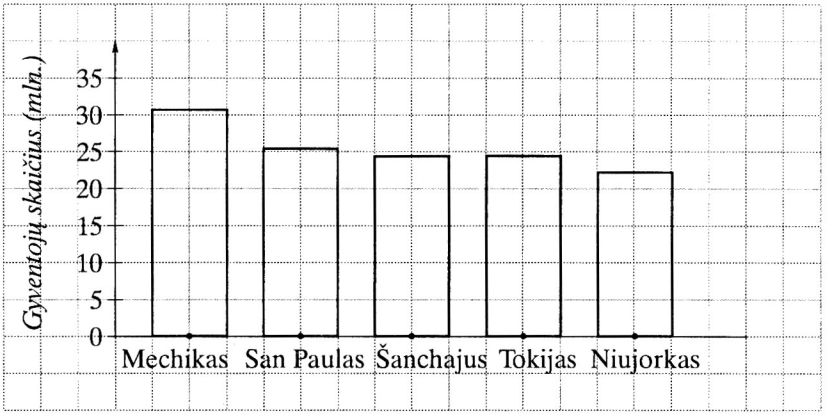
1. Brėžiame *tiesę*, kurioje taškeliais (vienodais atstumais) sužymime miestus ir užrašome jų pavadinimus.



2. Brėžiame *skaičių tiesę*, statmeną nubrėžtai tiesei. Skaičių tiesėje (ji kartais vadinama *dažnių ašimi*) pasirenkame mastelį — vienos padalos vertę. Mūsų atveju vieną padalą imkime lygią 5 000 000.

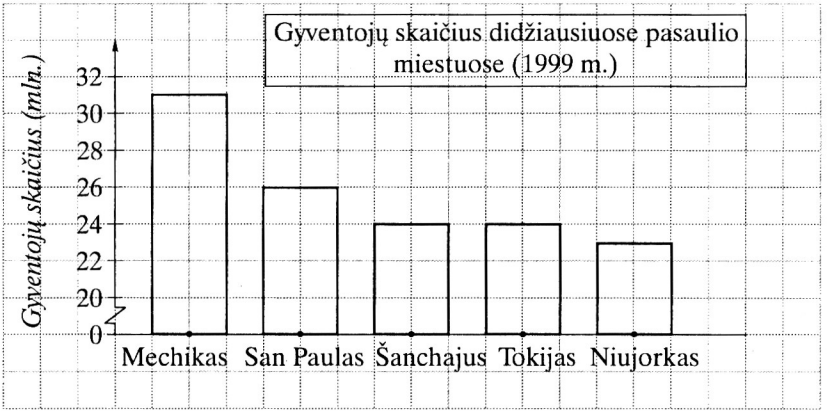


3. Ties kiekvienu miestu braižome vienodo pločio stulpelius, kurių aukštis lygus to miesto gyventojų skaičiui.



4. Diagramą tikslinga pavadinti. Iš pavadinimo turi būti aišku, kas joje vaizduojama.

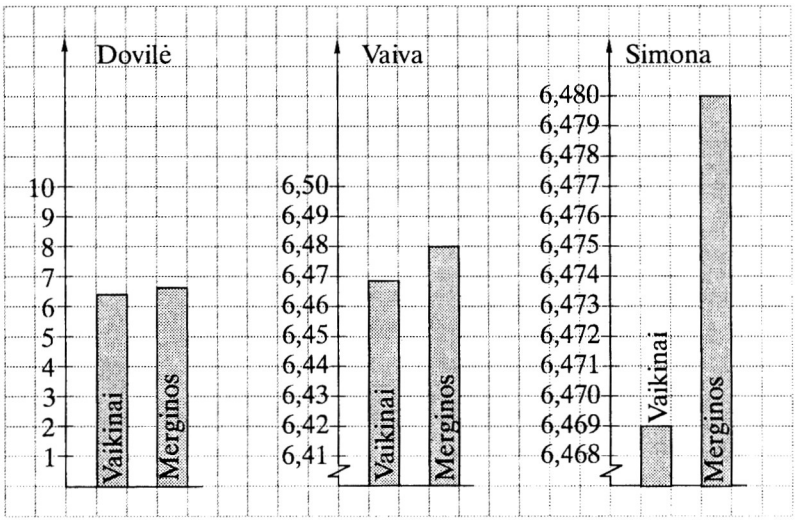
Pastaba. Pasirinkus stambesnį mastelį, dalį diagramos galime praleisti.



Užduotis.

Kaip manote, kuri iš šiame puslapyje pateiktų diagramų yra vaizdesnė? Nuo ko tai priklauso? Prieš atsakydami į klausimus paanalizuokite kitame puslapyje aprašytą situaciją.

Dovilė, Vaiva ir Simona merginų ir vaikinų to paties kontrolinio darbo pažymių vidurkius turėjo pavaizduoti stulpeline diagrama. Kaip šį darbą atliko mergaitės, matote paveiksle.



Klasės draugai taip apibūdino mergaičių darbus:

Algis: Dovilė pavaizdavo duomenis stulpeline diagrama, o kitos mergaitės nupiešė dalį stulpelinės diagramos.

Birutė: Iš Dovilės diagramos atrodo, kad merginos ir vaikinai darbą atliko panašiai, iš Vaivos diagramos peršasi išvada, kad merginos pasirodė geriau, o iš Simonos diagramos — žymiai geriau nei vaikinai.

Vytas: Sutinku, kad skirtumas, kurį sunku įžvelgti Dovilės diagramoje, kartais gali būti svarbus (nors mūsų atveju ir yra nereikšmingas). Kai net ir mažiausias skirtumas yra svarbus, tai geriau pasirinkti stambesnį mastelį, o nereikšmingą dalį diagramos galima praleisti.

45. Julius nori pavaizduoti mokyklos moksleivių balsavimo, renkant moksleivių tarybą, rezultatus: Vytautas surinko 45 balsus, Dainora — 24, Povilas — 23, Vilija — 18 ir Gražina — 13.

a) Kaip pavadintumėte šių duomenų stulpelinę diagramą?

b) Kelias požymio reikšmes reikės pažymėti tiesėje?

c) Kiek padalų atidėsime dažnių ašyje, jeigu pasirinksime padalos vertę, lygią 5 balsams?

d) Nubraižykite stulpelinę diagramą.

46. Buvo apklausti Vilniaus viešbučių gyventojai, kodėl jie pasirinko vieną ar kitą viešbutį. Apklausiamieji iš 10 pasiūlytų atsakymų turėjo pasirinkti vieną labiausiai tinkantį. Gauti tokie duomenys:

	KAS LĖMĖ VIEŠBUČIO PASIRINKIMĄ?	DAŽNIS
1.	Vieta	77
2.	Paslaugų įvairovė	19
3.	Aptarnavimo lygis	55
4.	Draugų rekomendacijos	29
5.	Kambarių interjeras	13
6.	Įprotis	13
7.	Kaina	51
8.	Reklama	11
9.	Rezervavimo patogumas	8
10.	Kita	1

a) Pavaizduokite šiuos duomenis stulpeline diagrama, remdamiesi algoritmu:

1) Sugalvokite diagramos pavadinimą.

2) Nubrėžkite horizontalią tiesę. Joje sužymėkite atsakymų variantus (požymio reikšmes). Kiek taškų atidėjote?

3) Nubrėžkite dažnių ašį, laikydami, kad viena dažnių ašies padala atitinka 10 žmonių.

4) Nubraižykite stulpelinę diagramą.

b) Kokias tris priežastis dažniausiai nurodė žmonės, rinkdamiesi viešbutį?

c) Kam galėtų būti naudinga panaši informacija?

47. Surašymo metu penkiose vietovėse užregistruota gyventojų:

I vietovė — 8300,

II vietovė — 30 289,

III vietovė — 52 967,

IV vietovė — 26 394,

V vietovė — 20 120.

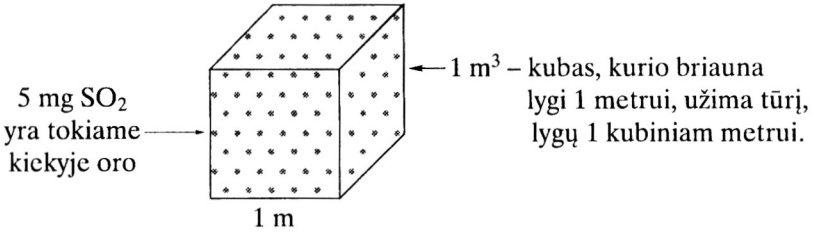
a) Pavaizduokite šiuos duomenis horizontalia stulpeline diagrama.

b) Paaiškinkite, kodėl pasirinkote būtent tokią dažnių ašies padalos vertę bei mastelį.

48. Sieros dioksido koncentracija (mg/m^3) didžiausiuose Lietuvos miestuose 1997 metais buvo: Vilniuje — 0,004, Kaune — 0,001, Klaipėdoje — 0,004, Panevėžyje — 0,002, Kėdainiuose — 0,003, Šiauliuose — 0,002.

Nubraižykite vertikaliąją stulpelinę šių duomenų diagramą.

Pastaba. Kai sakome, pavyzdžiui, kad sieros dioksido koncentracija ore yra 5 miligramai kubiniame metre (trumpiau rašoma — $5\ mg/m^3$), tai reiškia, jog kiekviename kubiniame metre oro yra vidutiniškai 5 miligramai sieros dioksido.



1 miligramas = 0,001 gramo,

1000 miligramų = 1 gramas.

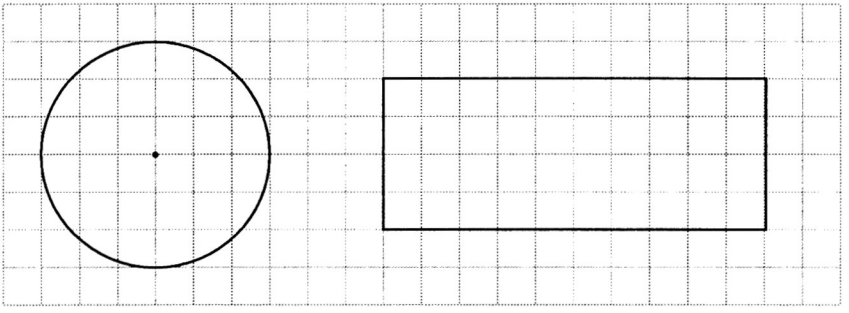
2.2. Duomenų vaizdavimas skrituline, stačiakampe diagrama

Kai norime parodyti, kurią *visų duomenų dalį* sudaro vienos ar kitos reikšmės, tai galima pavaizduoti skrituline ar stačiakampe diagrama:

- Pirmiausia braižome skritulį ar stačiakampį, laikydami, kad nubraižytos figūros užimamas plotas atitinka visus duomenis.
- Po to tą figūrą dalijame į tiek dalių, kiek yra skirtingų duomenų reikšmių. Tų dalių plotai turi būti proporcingi atitinkamų reikšmių dažniams.

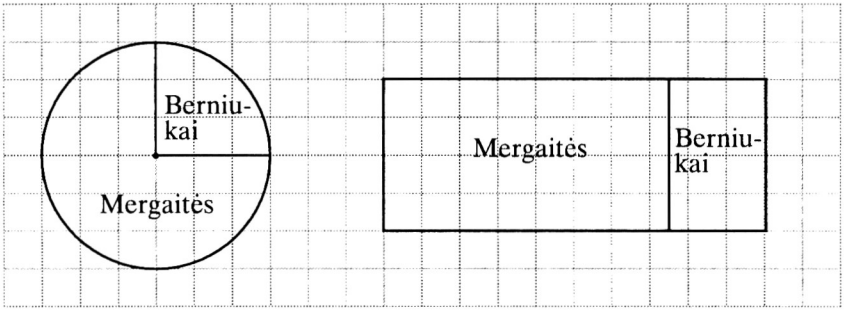
Pavyzdžiui, teiginį, kad *ketvirtadalis klasės mokinių yra berniukai*, galima pavaizduoti taip:

1) Brėžiame bet kokio spindulio skritulį arba bet kokių matmenų stačiakampį:



Skritulys ar stačiakampis vaizduoja visus klasės mokinius.

2) Kadangi klasėje yra $\frac{1}{4}$ berniukų, tai juos atitiks $\frac{1}{4}$ skritulio ar stačiakampio:

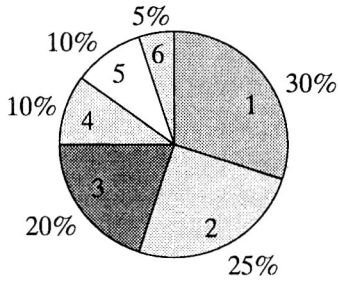


Likę $\frac{3}{4}$ skritulio ar stačiakampio vaizduoja tos klasės mergaičių skaičių.

Užduotis.

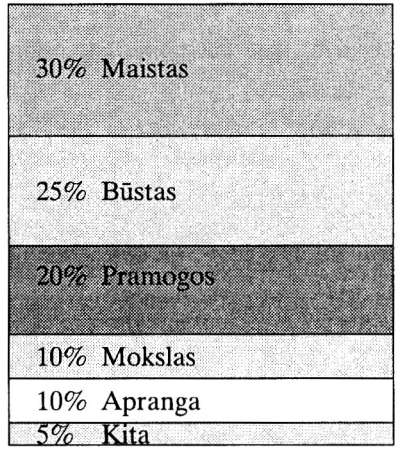
Moksleiviai per matematikos pamoką gavo užduotį surinkti duomenis apie jų šeimos mėnesio išlaidas ir pavaizduoti juos diagrama. Dvyniai Danguolė ir Vykintas surinko tuos pačius duomenis, tačiau pavaizdavo juos skirtingų rūšių diagramomis. Danguolė šeimos mėnesio išlaidas pavaizdavo *skrituline* diagrama, o Vykintas — *stačiakampe* diagrama.

Danguolės pavaizduotos šeimos mėnesio išlaidos



1. Maistas
2. Būstas
3. Pramogos
4. Mokslas
5. Apranga
6. Kita

Vykinto pavaizduotos šeimos mėnesio išlaidos



1) Remdamiesi Danguolės arba Vykinto diagrama apskaičiuokite, kiek litų jų šeima išleido mokymosi reikmenims, jeigu šeimos mėnesio išlaidos iš viso sudarė 2400 litų.

2) Tiek Danguolė, tiek Vykintas nubraižė diagramas, vaizduojančias jų šeimos mėnesio išlaidų pasiskirstymą. Jaunesnysis brolis Kęstutis paprašė ir jį pamokyti vaizduoti duomenis diagrama. Pirmiausia dvyniai parodė jų sudarytą duomenų lentelę ir pasiūlė broliui atsakyti į keletą klausimų. Pabandykite atsakyti į tuos klausimus ir jūs.

IŠLAIDŲ RŪŠIS	IŠLAIDOS (Lt)
1. Maistas	720
2. Būstas	600
3. Pramogos	480
4. Mokslas	240
5. Apranga	240
6. Kita	120
	Iš viso: 2400

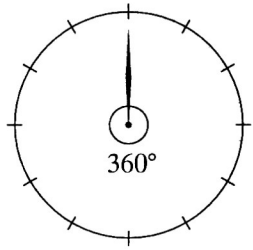
Danguolės klausimai-patarimai:

a) Įsitikink, kad vieną litą vaizduojančios išpjovos kampas lygus 0,15°.

b) Apskaičiuok kiekvieną išlaidų rūšį vaizduojančios išpjovos kampą (1 laipsnio tikslumu).

c) Sudėk visų apskaičiuotų kampų didumus. Kodėl ši suma šiek tiek skiriasi nuo 360 laipsnių?

d) Nubraižyk skritulinę diagramą, pasirinkęs skritulio spindulio ilgį, lygų 3 cm.



Vykinto klausimai-patarimai:

a) Nubraižyk 12 cm ilgio ir 2 cm pločio stačiakampį.

b) Įsitikink, kad 1 litą vaizduojančios stačiakampio dalies ilgis lygus 0,005 cm.

c) Apskaičiuok kiekvieną išlaidų rūšį vaizduojančios stačiakampės dalies ilgį.

d) Surask šių apskaičiuotų ilgių sumą.

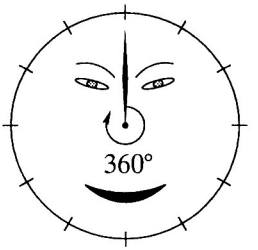
e) Nubraižyk stačiakampę diagramą.

3) Palygink savo nubraižytą stačiakampę diagramą su Vykinto diagrama.

4) Kuri diagramos rūšis tau priimtinesnė? Kodėl?

Kaip matote, braižant stačiakampę diagramą, laisvai pasirenkamas stačiakampio ilgis ir plotis. Aptarkite, kaip, atsižvelgiant į duomenis, patogiau pasirinkti stačiakampio matmenis.

49. Pavaizduokite Dainoros paros laiko pasiskirstymą skrituline diagrama, paeiliui atsakydami į žemiau esančius klausimus.



VEIKLOS RŪŠIS	LAIKAS VALANDOMIS	SKRITULIO IŠPJOVOS KAMPAS
Miegas	9	
Mokykla	$6\frac{1}{3}$	...
Valgymas	1	15°
TV žiūrėjimas	2,5	...
Treniruotė	1,5	...
Namų darbai	2	...
Pasivaikščiojimas lauke	1	...
Namų ruoša	$\frac{2}{3}$	...

a) Parodykite, kad vieną paros valandą vaizduojančios išpjovos kampas lygus 15°.

b) Apskaičiuokite kiekvieną veiklos rūšį vaizduojančios išpjovos kampą (1 laipsnio tikslumu).

c) Sudėkite visų apskaičiuotų kampų didumus. Kodėl ši suma šiek tiek skiriasi nuo 360 laipsnių?

d) Nubraižykite skritulinę diagramą (skritulio spindulį imkite 3 cm).

50. Pavaizduokite 49 uždavinio duomenis stačiakampe diagrama, laikydamiesi tokio algoritmo:

a) Nubraižykite stačiakampį 12 cm × 2 cm.

b) Įsitikinkite, kad vieną valandą vaizduojančio stačiakampio ilgis lygus 0,5 cm.

c) Apskaičiuokite kiekvieną veiklos rūšį vaizduojančios stačiakampio dalies ilgį (0,1 cm tikslumu).

d) Suraskite šių apskaičiuotų ilgių sumą. Kodėl ši suma šiek tiek skiriasi nuo 12 cm?

e) Nubraižykite stačiakampę diagramą.

51. Pavaizduokite duomenis skrituline ir stačiakampe diagramomis.

a) Apklausus klasės vaikus, kokia pamoka tą dieną jiems buvo įdomiausia, atsakymai pasiskirstė taip:

lietuvių kalba — 4;

dailė — 6;

matematika — 5;

anglų kalba — 3;

istorija — 10;

kūno kultūra — 2.

b) Socialinio draudimo ir sveikatos draudimo fondų išlaidos 1997 m. (%):

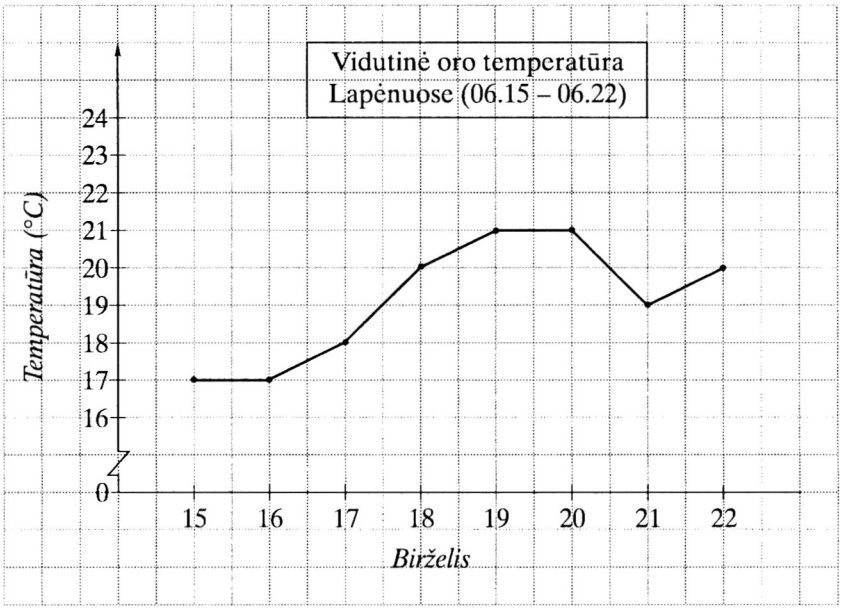
IŠLAIDŲ RŪŠIS	%
Administravimo išlaidos	3
Ligos ir motinystės draudimas	8
Sveikatos draudimas	32
Užimtumo fondas (nedarbo draudimas)	3
Pensijų draudimas	54

2.3. Duomenų vaizdavimas linijine diagrama

Kaip kito duomenys bėgant laikui, pavyzdžiui, nedarbo lygis, valiutų kursai, temperatūra ar pan., galima pavaizduoti linijine diagrama.

Simonas surinktus duomenis apie aštuonių dienų vidutinę paros temperatūrą Lapėnuose surašė dažnių lentele ir pavaizdavo linijine diagrama.

DIENA	15	16	17	18	19	20	21	22
TEMPERATŪRA (°C)	17	17	18	20	21	21	19	20



Užduotis.

Sudarykite linijinės diagramos braižymo algoritmą.

52. Buvo surinkti ir lentelėje užrašyti duomenys apie Lietuvos vaikų sergamumą aktyvia tuberkuliozės forma (1993–1997 metų duomenys).

Metai	1993	1994	1995	1996	1997
Sergančių vaikų skaičius, tenkantis 100 000 vaikų	12	17	15	16	19

Pavaizduokite duomenis linijine diagrama:

— užrašykite diagramos pavadinimą;

— horizontalioje tiesėje atidėkite metus;

— dažnių ašyje pasirinkite mastelį (pvz., dažnių ašies padalos vertė — 5 vaikai);

— kiekvienais metais sirgusių aktyvia tuberkuliozės forma vaikų skaičių atitinkamai pažymėkite taškais;

— gautus taškus sujunkite atkarpomis.

53. Tam tikrame mieste vidutinė daugiametė kiekvieno mėnesio oro temperatūra (°C) pateikta tokia lentele:

Mėnuo	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
°C	22	24	23	17	13	11	14	16	17	19	20	21

Šią informaciją pateikite linijine diagrama. Dažnių ašyje vieną padalą laikykite lygia 3°C.

54. Šeštokai ir septintokai pusę metų rinko makulatūrą. Kiek kilogramų makulatūros jiems pavyko surinkti, matome lentelėje:

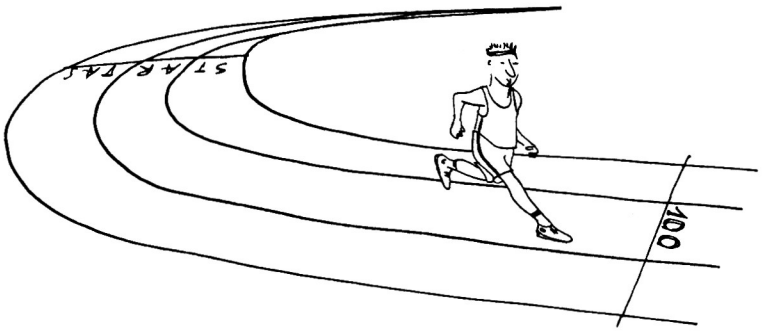
	Rugsėjis	Spalis	Lapkritis	Gruodis	Sausis	Vasaris
6 kl.	40	50	75	70	70	30
7 kl.	30	40	60	80	90	85

a) Pavaizduokite šiuos duomenis dviejų linijų diagramomis viename piešinyje (dažnių ašies padalos vertė — 10 kg).

b) Kuriais mėnesiais šeštokai pririnko daugiau makulatūros nei septintokai?

2.4. Duomenų grupavimas. Sugrupuotų duomenų vaizdavimas

30 aštuntos klasės moksleivių dalyvavo 100 m bėgimo varžybose.



Užfiksuoti tokie rezultatai (sekundėmis):

12,3;	13,3;	14,4;	13,5;	15,2;	14,8;
13,4;	**16,6**;	14,1;	14,7;	13,0;	14,2;
13,8;	13,8;	15,4;	**12,1**;	14,1;	14,4;
12,7;	13,9;	15,1;	14,9;	15,3;	13,2;
15,3;	16,2;	15,2;	12,6;	15,5;	16,5.

Matome, kad duomenų yra daug ir beveik visi jie skirtingi. Šiuo atveju netikslinga braižyti stulpelinę diagramą, o tuo labiau neinformatyvi būtų skritulinė ar stačiakampė diagrama.

Pabandykime duomenis sugrupuoti į intervalus.

Matome, kad visi duomenys yra

didesni už 12,0 s ir mažesni už 17,0 s.

Padalykime šį 5 sekundžių intervalą į 5 vienos sekundės ilgio intervaliukus ir duomenis surašykime tokioje *sugrupuotų duomenų dažnių lentelėje*:

INTERVALAS	[12; 13)	[13; 14)	[14; 15)	[15; 16)	[16; 17)
DAŽNIS					

Užduotis.

a) Suskaičiuokite, kiek duomenų yra:

- tarp 12,0 ir 13,0 (įskaitant 12,0);
- tarp 13,0 ir 14,0 (įskaitant 13,0);
- tarp 14,0 ir 15,0 (įskaitant 14,0);
- tarp 15,0 ir 16,0 (įskaitant 15,0).

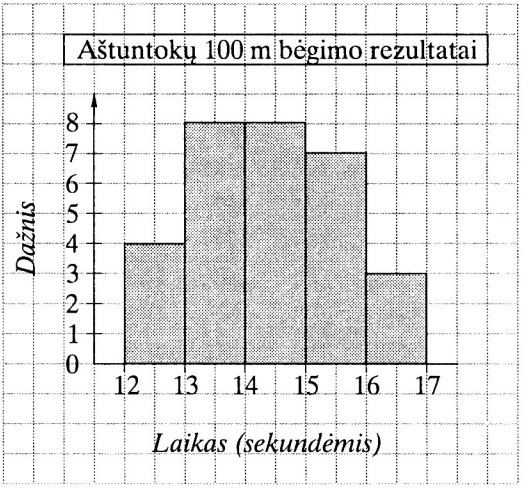
b) Aptarkite, kaip skaičiavote duomenis ir padiskutuokite, kaip skaičiuoti būtų greičiausia ir patikimiausia.

Gavome tokią lentelę:

INTERVALAS	[12; 13)	[13; 14)	[14; 15)	[15; 16)	[16; 17)
DAŽNIS	4	8	8	7	3

Nubraižykime *sugrupuotų duomenų stulpelinę diagramą*:

- horizontalioje tiesėje pažymime intervalus;
- dažnių ašyje, pasirinkę mastelį, atidedame padalas;
- virš kiekvieno intervalo brėžiame stulpelį, kurio aukštis lygus į tą intervalą patekusių duomenų skaičiui (dažniui).



55. Pasverti 44 gintaro akmenėliai. Gauti duomenys (gramais):

11,0;	5,6;	6,2;	8,3;	2,4;	2,4;	12,4;	11,4;	4,9;	1,7;
2,6;	5,0;	9,6;	1,8;	8,4;	5,4;	5,5;	2,4;	7,4;	10,0;
1,9;	2,2;	11,8;	3,5;	5,2;	5,2;	4,8;	2,3;	10,4;	7,8;
8,2;	8,7;	8,4;	4,0;	2,6;	9,5;	5,5;	2,0;	2,5;	7,6;
11,1;	4,0;	9,1;	6,6.						

a) Užpildykite sugrupuotų duomenų dažnių lentelę ir nubraižykite sugrupuotų duomenų stulpelinę diagramą.

INTERVALAS	Nuo 1,0 iki 3,5	Nuo 3,5 iki 6,0	Nuo 6,0 iki 8,5	Nuo 8,5 iki 11,0	Nuo 11,0 iki 13,5
REGISTRACIJA					
DAŽNIS					

b) Užpildykite sugrupuotų duomenų dažnių lentelę ir nubraižykite sugrupuotų duomenų stulpelinę diagramą.

INTERVALAS	Nuo 1 iki 4	Nuo 4 iki 7	Nuo 7 iki 10	Nuo 10 iki 13
REGISTRACIJA				
DAŽNIS				

c) Sugrupuokite duomenis į intervalus nuo 1,5 iki 2,5; nuo 2,5 iki 3,5; ... ir nubraižykite sugrupuotų duomenų stulpelinę diagramą.

56. Išmatuotas jaunų obelaičių aukštis (centimetrais):

202,	186,	157,	195,	184,	205,	205,	149,
146,	152,	157,	188,	195,	195,	154,	196,
194,	197,	185,	185,	145,	165,	154,	178,
198,	200,	204,	205,	157,	185,	200,	202,
196,	180,	175,	178,	184,	200,	168,	178,
153,	152,	192,	190,	178,	188,	195,	154,
178,	198,	200,	154,	178,	190,	201.	

a) Sugrupuokite duomenis į septynis vienodo ilgio intervalus [145; 155), ..., [205; 215).

b) Nubraižykite sugrupuotų duomenų stulpelinę diagramą.

57. Pasverta 50 bulvių. Jų masės (gramais):

60,	58,	30,	110,	120,	115,	78,	98,
85,	100,	59,	95,	56,	16,	48,	58,
75,	59,	115,	78,	98,	85,	100,	54,
57,	48,	56,	59,	58,	59,	115,	78,
98,	85,	100,	115,	78,	98,	85,	100,
20,	54,	25,	15,	16,	59,	58,	45,
54,	25.						

Sugrupuokite duomenis į intervalus ir nubraižykite sugrupuotų duomenų stulpelinę diagramą, remdamiesi algoritmu:

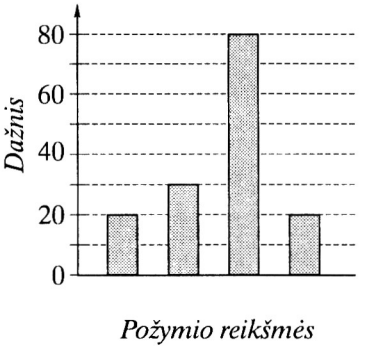
1) Raskite didžiausią ir mažiausią bulvės masę.
2) Pasirinkite penkis vienodo ilgio intervalus.
3) Sudarykite ir užpildykite sugrupuotų duomenų dažnių lentelę.
4) Nubraižykite sugrupuotų duomenų stulpelinę diagramą.

2.5. Kaip pasirinkti duomenų vaizdavimo būdą?

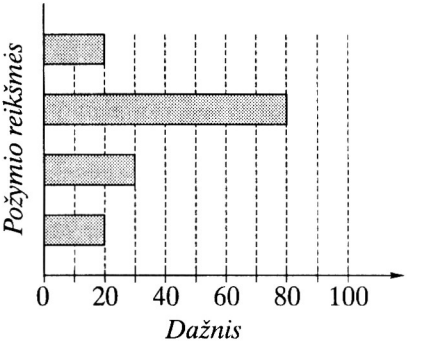
Tikriausiai nesuklysime pasakę, kad nėra geriausio duomenų vaizdavimo būdo. Kokį duomenų vaizdavimo būdą pasirinkti, priklauso nuo informacijos, kurią ketinama pavaizduoti.

- Stulpelinė diagrama patogi, kai norima palyginti požymio reikšmes pagal dažnius.

Vertikalioji stulpelinė diagrama

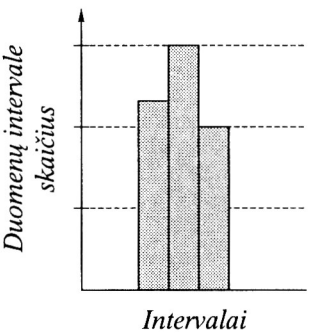


Horizontalioji stulpelinė diagrama



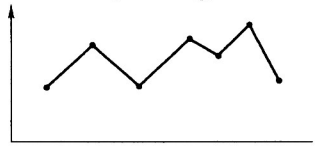
- Kai duomenys grupuojami į intervalus, tai braižoma sugrupuotų duomenų stulpelinė diagrama.

Sugrupuotų duomenų stulpelinė diagrama



- Kai vaizduojame duomenų kitimą bėgant laikui, tai braižome linijinę diagramą.

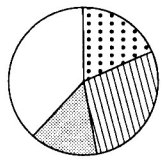
Linijinė diagrama



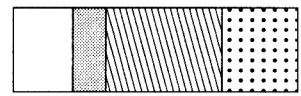
Data

- Kai norima pavaizduoti kokybinio požymio visų reikšmių dažnių (išreikštų procentais) pasiskirstymą, tai braižoma skritulinė ar stačiakampė diagrama.

Skritulinė diagrama



Stačiakampė diagrama



UŽDAVINIAI

58. Aptarkite (bet duomenų nevaizduokite), kuris vaizdavimo būdas būtų tinkamesnis tokiai informacijai pavaizduoti:

a) Apklausus vienos septintos klasės moksleivius paaiškėjo, kad jie tą dieną į mokyklą atvyko taip: autobusu — 10 septintokų, troleibusu — 6, dviračiu — 1, automobiliu — 5, taksi — 2, pėsčiomis — 4.

b) Apklausus vienos mokyklos vyresniųjų klasių mokinius, ar jie pritaria, kad jų mokyklos moksleiviai turėtų savo uniformą, gauti atsakymai pasiskirstė taip: 58% — pritaria, 24% — nepritaria, 18% — neturi nuomonės.

c) Išmatuoti gatve važiuojančių automobilių greičiai (km/h):
76,8; 65,4; 58,9; 65,0; 53,8; 72,6; 77,5; 65,3; 67,5; 66,1; 39,7; 57,8; 58,6; 53,5; 70,1; 56,3; 43,9; 46,3; 30,0; 84,2; 48,3; 74,2; 95,7; 40,1; 73,8; 42,2; 40,2.

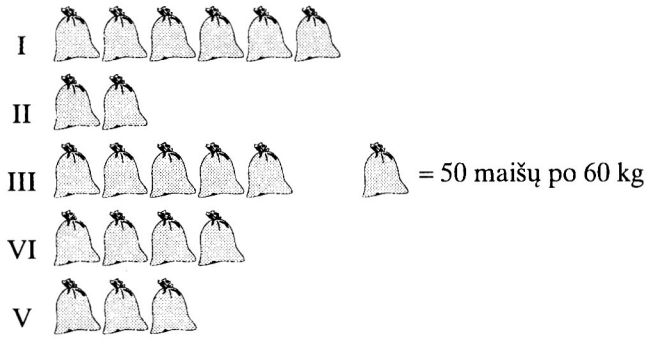
d) Mėgstamiausia tavo klasės vaikų televizijos programa.

e) Klasės vaikų laisvalaikio praleidimo forma.

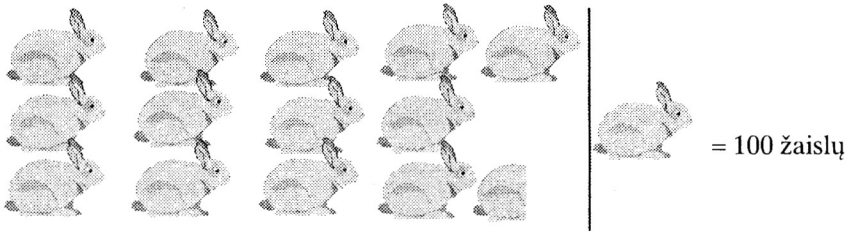
f) Matematikos kontrolinio darbo rezultatai.

59. Kartais informacijai pateikti naudojami maži piešinėliai ar simboliai. Aptarkite, ką žymi vienas simbolis (piešinukas), bei kokia informacija yra pavaizduota.

a) Per savaitę sunkvežimiu pervežtų maišų skaičius:



b) Įmonės pagamintų per mėnesį žaislų skaičius:



c) Duotą informaciją pateikite aukščiau aptartu būdu (sugalvokite simbolius):

- Vaikai rinko baravykus. Suskaičiavus paaiškėjo, kad Jonas rado 8 baravykus, Giedrė — 4, Rima — 12, Alma — 16, o Vilius — 18.
- Moksleiviai mėtė kubinį lošimo kauliuką ir registravo atvirtusių akučių skaičių. Gautus duomenis moksleiviai surašė tokia dažnių lentele:

AKUČIŲ SKAIČIUS	1	2	3	4	5	6
DAŽNIS	100	117	110	99	90	115

2.6. Statistinis tyrimas

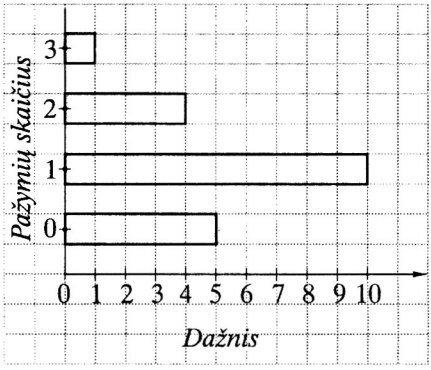
Paulius panoro sužinoti, kiek dažniausiai pažymių per dieną gauna penktokai. Vieną dieną jis paklausė 20 penktokų, kiek jie šiandien gavo pažymių, ir užrašė tokius duomenis:

$$0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 1, 2, 1, 1, 1, 0, 1, 2, 2, 1, 1.$$

Po to Paulius duomenis surašė dažnių lentele:

PAŽYMIŲ SKAIČIUS	0	1	2	3
DAŽNIS	5	10	4	1

Galiausiai Paulius duomenis pavaizdavo diagrama:



Ir padarė tokią išvadą: *Dažniausiai per dieną penktokai gauna 1 pažymį.*
Galima sakyti, kad Paulius atliko *statistinį tyrimą*:

1. Numatė tyrimo tikslą.
2. Sugalvojo, kaip surinkti duomenis ir juos surinko.
3. Sutvarkė surinktus duomenis — sudarė dažnių lentelę.
4. Pavaizdavo duomenis diagrama.
5. Padarė išvadą.

60. Atlikite tyrimą *„Kokia mašinos spalva dažniausia?“*

- Nueik į automobilių stovėjimo aikštelę ir surašyk, kokių spalvų automobilių yra aikštelėje. Suskaičiuok, kiek kokios spalvos automobilių tuo metu yra aikštelėje.
- Surašyk duomenis dažnių lentele.
- Pavaizduok duomenis diagrama.
- Palygink savo rezultatus su draugų rezultatais pagal tokius kriterijus: ar panašūs užregistruotų mašinų skaičiai, ar sutapo populiariausių spalvų grupių trejetas.
- Parašyk 5–7 sakinius, ką naujo išmokai, atlikdamas šį tyrimą.

61. Atlikte tyrimą *„Kurios lietuvių kalbos abėcėlės raidės sutinkamos tekste dažniausiai?“*

- Pasirink grožinės literatūros knygos 10 eilučių pastraipą.
- Suskaičiuok, kiek kartų šioje pastraipoje pasikartoja kiekviena abėcėlės raidė.
- Pasirink duomenų vaizdavimo būdą ir pavaizduok surinktus duomenis.
- Palygink savo rezultatus su draugų rezultatais pagal tokius kriterijus: ar sutapo dažniausiai pasikartojusių raidžių trejetas; mažiausiai pasikartojusių raidžių trejetas.
- Parašyk 5–7 sakinius, ką naujo išmokai, atlikdamas šį tyrimą.

62. PRAKTINĖ UŽDUOTIS

Kaip rinkti ir tvarkyti duomenis, galima paskaityti David G. Myers knygoje „Psichologija“ (žr. Knygos priedą „Atskirų atvejų apibendrinimas“, p. 722–729).

O jeigu norite plačiau sužinoti, kaip statistikos dėsniai valdo visų mūsų gyvenimą, kaip renkami statistiniai duomenys ir kaip iš jų daromos išvados, siūlome nelengvą, bet labai įdomią kelionę kartu su P. Tannenbaumu ir R. Arnoldu į šiuolaikinę matematiką. Perskaitę šių autorių knygos „Kelionės į šiuolaikinę matematiką“ pirmus du skyrius, gal parašysite referatą, kuriame savo patirtais įspūdžiais pasidalysite su klasės draugais.

2.7. Pasitikrinkite, ko išmokote

63. Kuris tyrimas nėra statistinis?

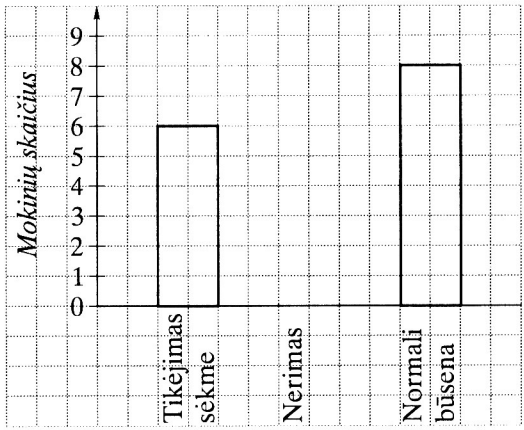
A) Reikia nustatyti, kuri Kauno gyventojų dalis ruošiasi dalyvauti artėjančiuose rinkimuose. Apibrėžiama, kokie gyventojai laikomi kauniečiais rinkėjais. Atsitiktinai pasirinkus n rinkėjų, sužinomi jų ketinimai. Apdorojus surinktus duomenis, daromos išvados apie visus Kauno rinkėjus.

B) Šaldytuvų gamykla pradėjo gaminti dviejų naujų rūšių šaldytuvus. Norima nustatyti, ar abiejų rūšių šaldytuvai atitinka gyventojų poreikius. Apklausiami žmonės, kurie turi įsigiję kurios nors rūšies šaldytuvą. Apdorojus duomenis, pateikiamos rekomendacijos šaldytuvų gamyklai.

C) Pavasarį dėl poilsiautojų neatsargumo užsidegė žolė. Reikia ištirti, kas dėl to kaltas, bei imtis priemonių, kad ateityje tai nepasikartotų.

64. Ugnius apklausė savo draugus, ką jie jaučia prieš kontrolinį darbą. Pabaikite pildyti lentelę ir braižyti diagramą:

NUOTAIKA	REGISTRACIJA	PASIRINKUSIŲJŲ SKAIČIUS
Tikėjimas sėkme	*IIIII I*	
Nerimas	*IIIII II*	
Normali būsena		



65. Lentelėje pateiktas Mechiko gyventojų skaičiaus (milijonais) kitimas 1920–1990 metais.

METAI	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1980	1990
GYVENTOJŲ SKAIČIUS (Milijonais)	0,8	1,4	2,2	3,8	6,5	7,3	9,6	15,6

Pavaizduokite duomenis linijine diagrama.

66. Pavaizduokite skrituline arba stačiakampe diagrama kino žiūrovų struktūrą:

mokiniai — 40%, studentai — 20%, ikimokyklinio amžiaus vaikai — 10%, kiti — 30%.

67. Lentelėje pateikta Ramunės vieno mėnesio pokalbių nešiojamu telefonu laiko (min:s) išklotinė:

1:13	1:02	0:24	0:06	2:52	5:25	5:02
1:20	1:20	5:25	3:06	2:24	4:32	5:25
4:26	0:05	4:23	1:56	0:14	5:47	4:45
1:43	0:42	0:37	0:38	3:37	3:56	0:10
0:44	1:52	2:51	1:39	2:59	5:26	0:19
0:22	5:47	2:01	4:03	1:10	1:54	5:17
1:31	1:16	3:13	5:43	2:54	0:48	1:26
5:23	3:02	0:27	3:04	0:57	0:25	4:50

a) Užpildykite dažnių lentelę:

INTERVALAI	[0:00; 1:00)	[1:00; 2:00)	[2:00; 3:00)	[3:00; 4:00)	[4:00; 5:00)	[5:00; 6:00)
REGISTRACIJA						
DAŽNIS						

b) Pavaizduokite duomenis sugrupuotų duomenų stulpeline diagrama.

68. PROBLEMŲ SPRENDIMAS

Prisiminkime Giedriaus ir Rimantės ginčą skyriaus pradžioje:

Giedriui atrodo, kad mokytojai užduoda per daug namų darbų. Rimantė nesutinka, nes ji dažniausiai namų darbus ruošia trumpiau nei jos draugė iš kitos mokyklos.

Kaip manai, kiek laiko tavo amžiaus moksleiviai atlieka namų darbus, ir ar mokytojai užduoda per daug namų darbų?

Pabandykite atsakyti į tokius klausimus:

1. *Kiek maždaug laiko tavo klasės draugai per savaitę ruošia namų darbus?*
2. *Kokių dalykų namų darbų ruošimui jie skiria daugiausiai laiko?*
3. *Kiek laiko klasės draugai ruošia lietuvių kalbos namų darbus?*
4. *Ar berniukai ir mergaitės po tiek pat laiko skiria namų darbų ruošimui?*

Pabandykime rasti atsakymus į tuos klausimus dar kartą:

- Kiekvienas atskirai surašykite visus mokomuosius dalykus ir visą savaitę žymėkite laiką, kurį skyrėte kiekvieno dalyko ruošimui namie. Savaitės pabaigoje suskaičiuokite atskirai kiekvieno dalyko bei bendrą visų dalykų pamokų ruošimo laiką. Gautus rezultatus suapvalinkite pusvalandžio tikslumu.
- Savo duomenis surašykite lentelėje:

Eil. Nr.	Mergaitė (m) Berniukas (b)	Namų darbų ruošimo per savaitę laikas (0,5 h tikslumu)			
		Lietuvių k.	Matematika	.....	Iš viso:
1. 2. ⋮					

- Klasėje susiskirstykite į keturias grupes. Kiekviena grupė ieškos atsakymo į vieną iš aukščiau esančių klausimų. Visų grupių pasirinkti klausimai turi būti skirtingi.
- Iš grupės mokinių lentelių išrinkite grupei reikalingą informaciją, užrašykite ją dažnių lentelėje, pavaizduokite diagrama, atsakykite į pasirinktą klausimą.

69. PROBLEMŲ SPRENDIMAS

Ar jūsų klasėje dirbantys mokytojai „nujaučia“, kiek laiko jūs skiriate namų darbų ruošai?

- Paruoškite anketą klasėje dirbantiems mokytojams ir apklauskite juos. Apdorokite gautą informaciją, palyginkite ją su rezultatais, gautais atliekant 68 pratimą.
- Vienos klasės apklausos duomenys gali skirtis nuo kitų klasių duomenų. Pavyzdžiui, jūsų klasėje daugiausiai laiko vaikai ruošė anglų kalbą. Ar taip bus ir kitą savaitę, visus metus, kai mokysitės vyresnėse klasėse? Ar taip bus ir kitoje klasėje (paralelinėje, žemesnėje, aukštesnėje, sustiprinto mokymo, kaime, mieste ir pan.)? Surenkite apklausą ne savo klasėje, palyginkite rezultatus su savo klasės rezultatais, parašykite savo apmąstymus.

3 IMTIES SKAITINĖS CHARAKTERISTIKOS

Turinys

3.1. Imtis. Imties vidurkis

3.2. Imties mediana

3.3. Kvartiliai. Imties plotis, kvartilinis plotis

3.4. Imties moda

3.5. Kaip naudotis skaitinėmis charakteristikomis?

3.6. Pasitikrinkite, ko išmokote

Pagrindinės sąvokos:

Imtis, imties dydis, imties skaitinės charakteristikos: didžiausias duomuo, mažiausias duomuo, plotis, vidurkis, mediana, moda, kvartiliai, kvartilinis plotis.

Išmokęs skyrių gebėsi:

- suprasti, ką parodo imtį apibūdinantys skaičiai (didžiausias ir mažiausias imties duomenys, vidurkis, mediana, moda, imties plotis, kvartiliai, kvartilinis plotis);
- rasti imtį apibūdinančius skaičius;
- kritiškai vertinti pateiktas apie imtį išvadas, padarytas iš tam tikrų tą imtį apibūdinančių skaičių.

Problema:

Trys draugai — Paulius, Vaida ir Miglė susiginčijo, kuris iš jų paskutinį trimestrą matematikos mokėsi geriau. Jų trimestriniai pažymiai:

Pauliaus — 8, 8, 5, 8, 9, 8, 9, 2;

Vaidos — 5, 4, 9, 8, 10;

Miglės — 6, 7, 10, 9, 7, 8.

Kaip jūs manote, kuris iš vaikų mokėsi geriausiai?

3.1. Imtis. Imties vidurkis

Mokytoja vesdama trimestrą dažniausiai skaičiuoja pažymių vidurkį. Pavyzdžiui, jei pažymiai yra

$$3, 9, 9, 6, 8, 3, 10, 5, 9, 6, 9,$$

tai vidurkis randamas sudėjus visus pažymius ir gautą rezultatą padalijus iš pažymių skaičiaus:

$$3 + 9 + 9 + 6 + 8 + 3 + 10 + 5 + 9 + 6 + 9 = 77,$$
$$77 : 11 = 7.$$

Galima sakyti, kad skaičius 7 apibūdina vidutinį trimestro pažymį.

Užduotis. Parašykite kokią nors kitą pažymių seką, kad pažymių vidurkis būtų lygus 7.

Surinkti duomenys vadinami *imtimi.* Surinktų duomenų skaičius vadinamas *imties dydžiu.* Mūsų pavyzdyje imties dydis lygus 11.

Kiekybinių duomenų imtį įprasta apibūdinti tam tikru vidutiniu skaičiumi. Tas skaičius vadinamas *imties vidurkiu* ir apskaičiuojamas pagal formulę:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n},$$

čia $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — imties duomenų reikšmės, n — imties duomenų skaičius (imties dydis), $\bar{x}$ — imties vidurkis.

$$\text{Imties vidurkis} = \frac{\text{Duomenų reikšmių suma}}{\text{Duomenų skaičius}}$$

Matome, kad imties vidurkis skaičiuojamas kaip ir įprastinis (aritmetinis) vidurkis.

70. Krepšinio komanda per penkerias rungtynes pelnė atitinkamai 49, 52, 55, 58, 61 tašką.

a) Kiek taškų iš viso pelnė komanda per penkerias rungtynes?

b) Kiek vidutiniškai taškų pelnė komanda per vienerias rungtynes?

71. Gamtininkų stotyje buvo pasėti šeši mėginiai po 50 žirnių kiekvienas. Po nustatyto laikotarpio sudygo atitinkamai 32, 34, 37, 40, 44 ir 48 žirniai.

a) Kiek iš viso sudygo žirnių?

b) Kiek vidutiniškai sudygo žirnių iš vieno mėginio? (Atsakymą pateikite 0,1 tikslumu.)

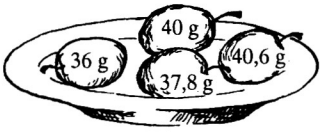
72. Paanalizuokite 70 ir 71 uždavinių rezultatus, atsakydami į klausimus:

a) Ar vidurkis gali *nesutapti* nė su vienu duomeniu?

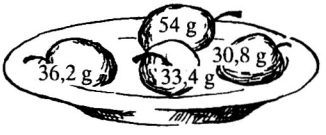
b) Ar vidurkis būtinai bus natūralusis skaičius, jeigu duomenys buvo vien natūralieji skaičiai?

73. Vienoje lėkštėje yra keturios skirtingų masių slyvos ir kitoje lėkštėje yra keturios skirtingų masių slyvos:

1 lėkštė



2 lėkštė



a) Užpildykite lentelę:

Lėkštė	Pirma	Antra	Abi
Vidutinė slyvos masė			

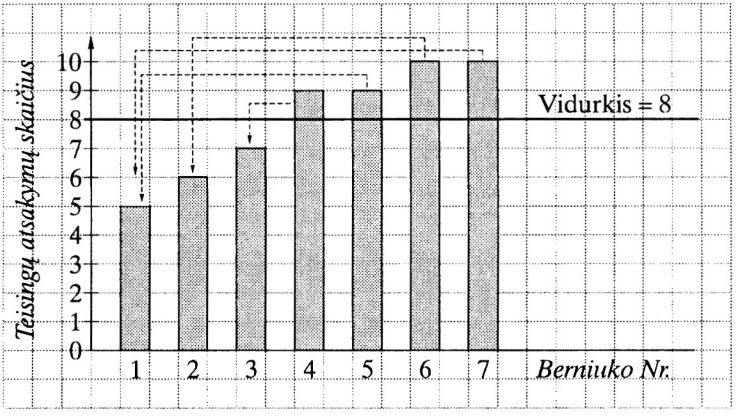
b) Patikrinkite, ar teisinga lygybė $\frac{m_1+m_2}{2} = m_3$, čia m_1 — vidutinė slyvos masė pirmoje lėkštėje, m_2 — antroje, m_3 — abiejose.

c) Atlikite a) ir b) užduotis, jei pirmoje lėkštėje yra trys slyvos: 36 g, 40 g ir 40,7 g, o antroje — keturios slyvos: 30,8 g; 33,4 g; 36,2 g ir 54,0 g.

74. Buvo tikrinama, kaip vienos klasės berniukai moka važiavimo dviračiu taisykles. Septyniems berniukams buvo pateikta po 10 klausimų. Jie teisingai atsakė į tokį skaičių klausimų:

$$5, 6, 7, 9, 9, 10, 10.$$

Kiekvienas berniukas teisingai atsakė vidutiniškai į $\frac{5+6+7+9\cdot 2+10\cdot 2}{7} = 8$ klausimus. Pavaizduokime imtį stulpeline diagrama ir nubrėžkime vidurkį žyminčią tiesę.



Matome, kad 4-uoju ir 5-uoju numeriais pažymėti berniukai atsakė vienu klausimu daugiau nei vidurkis, o 6-uoju ir 7-uoju numeriais pažymėti berniukai atsakė dviem klausimais daugiau nei vidurkis. Virš vidurkį žyminčios tiesės yra 6 teisingi atsakymai. Tiek pat teisingų atsakymų trūksta iki vidurkį žyminčios tiesės.

Padiskutuokite, ar galima tokia situacija:

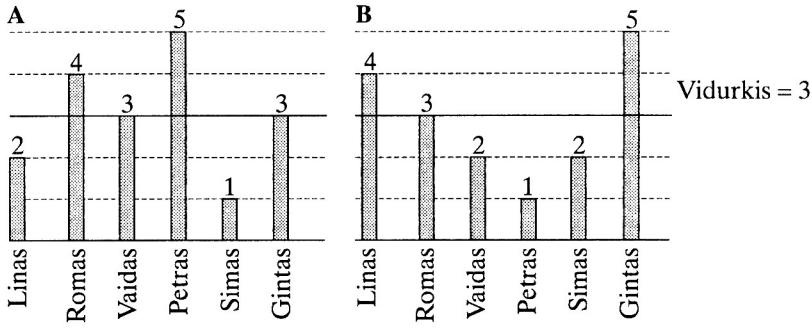
Analogiškai patikrinus, kaip kitos klasės septyni berniukai moka važiavimo dviračiu taisykles, gauta, kad jų teisingų atsakymų vidurkis lygus 8. Nė vieno kitos klasės berniuko teisingų atsakymų skaičius nesutapo nė su vienu šios klasės berniuko teisingų atsakymų skaičiumi.

Savo samprotavimus iliustruokite pavyzdžiais.

75. Šeši draugai tire po penkis kartus šovė į taikinį. Iš viso jie į taikinį pataikė 18 kartų.

a) Kiek vidutiniškai kartų į taikinį pataikė vienas vaikas? Ar tai reiškia, kad kiekvienas vaikas pataikė į taikinį lygiai tris kartus?

b) Kuri iš pavaizduotų diagramų neteisinga?



76. Vaidotas iš matematikos turi tris pažymius, kurių vidurkis lygus 8.

a) Kokia visų trijų pažymių suma?

b) Parašykite, kokius pažymius turi Vaidotas, jeigu visi pažymiai yra vienodi.

c) Parašykite visus galimus Vaidoto pažymių trejetus, jei vienodų pažymių jis neturi (į pažymių tvarką nekreipkite dėmesio).

d) Parašykite visus galimus Vaidoto pažymių trejetus, jei jis turi vienodų pažymių.

77. Vienoje klasėje mokosi 20 mokinių, kitoje — 25. Pirmosios klasės kontrolinio darbo pažymių vidurkis yra 7,5, o antrosios to paties kontrolinio darbo — 8.

a) Kokia pirmos klasės visų mokinių pažymių suma?

b) Kokia antros klasės visų mokinių pažymių suma?

c) Kokia abiejų klasių visų mokinių pažymių suma?

d) Kiek abiejose klasėse mokinių?

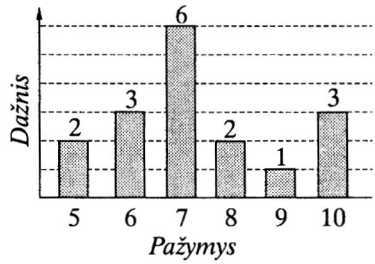
e) Koks abiejų klasių kontrolinio darbo pažymių vidurkis?

78. 8a klasės mokinių kontrolinio darbo pažymių vidurkis yra 6,3, o 8b klasės to paties kontrolinio darbo pažymių vidurkis yra 6,5. Padiskutuokite apie šių teiginių teisingumą:

a) 8a klasė parašė kontrolinį darbą kiek blogiau nei 8b;

b) 8b klasėje yra daugiau vaikų, todėl ir pažymių vidurkis didesnis.

79. Jono per metus gauti istorijos pažymiai pavaizduoti stulpeline diagrama:



a) Kiek iš viso pažymių gavo Jonas? Surašykite juos eilute nemažėjančia tvarka.

b) Koks gautų pažymių vidurkis? Padiskutuokite, kaip galima būtų jį greičiau apskaičiuoti.

80. Ištirkite, kaip pasikeistų imties vidurkis, jeigu:

a) visus imties duomenis padidintume (sumažintume) tokiu pat skaičiumi;

b) visus imties duomenis padaugintume iš to paties skaičiaus.

81. PRAKTINĖ UŽDUOTIS

Raskite spaudoje teiginį su žodžiais „vidutinis“, „vidurkis“, „vidutiniškai“ ar pan. ir parašykite kuo daugiau komentarų, kaip suprantate tą teiginį.

Jums padės Dovilės patirtis:

„Aš išgirdau tokį kaimyno sakinį apie orus: *Vidutinė šio mėnesio* 6 *val. ryto temperatūra Vilniuje buvo* 10,2 *laipsnio*. Suprasti šį teiginį man padėjo vyresnieji brolis ir seserys:

Kristijonas: „Jeigu visų dienų oro temperatūra 6 val. ryto būtų vienoda, tai kiekvienos dienos 6 val. ryto temperatūra būtų 10,2 laipsnio“.

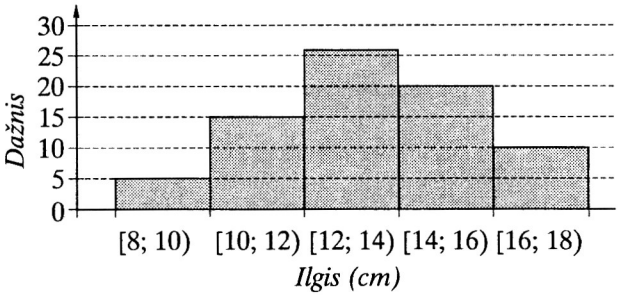
Kornelija: „Visų 30 dienų 6 val. temperatūrų suma tikrai yra $10{,}2 \times 30 = 306$ laipsniai, tačiau nieko tiksliai negalime pasakyti apie kurios nors dienos 6 val. temperatūrą“.

Vitalija: „Buvo dienų, kai 6 val. ryto buvo ir šilčiau, ir vėsiau nei 10,2 laipsnio, tačiau nebūtinai tų dienų buvo po tiek pat“.“

82. GRUPINIS DARBAS *„Atkarpos ilgio nustatymas iš akies“*

Mokytojas nelanguoto popieriaus lape nubraižė 13 cm ilgio atkarpą. Parodęs tą atkarpą mokiniams mokytojas paprašė iš akies nustatyti atkarpos ilgį, pasirenkant vieną iš intervalų: [8; 10), [10; 12), [12; 14), [14; 16), [16; 18).

Gautus duomenis mokytojas pavaizdavo tokia diagrama:



Ar pakankamai gerai vaikai iš akies nustatė atkarpos ilgį?

Norėdami atsakyti į šį klausimą, galime apskaičiuoti vidutinį vaikų iš akies nustatytą ilgį. Kaip tai padaryti, kai duomenys pateikti sugrupuotų duomenų diagrama?

Nubraižykime lentelę. Pirmame stulpelyje užrašome intervalus. Antrame stulpelyje įrašome kiekvieno intervalo vidurinę reikšmę, o trečiame — imties reikšmių, patenkančių į intervalą skaičių (dažnį):

Intervalas	Intervalo vidurinė reikšmė	Dažnis
[8; 10)	9	5
[10; 12)	11	15
[12; 14)	13	26
[14; 16)	15	20
[16; 18)	17	10

Kiekvieno intervalo vidurines reikšmes dauginame iš atitinkamų dažnių, gautas sandaugas sudedame ir gautą sumą dalijame iš imties dydžio — duomenų dažnių sumos:

$$\text{Vidurkis} = \frac{9 \cdot 5 + 11 \cdot 15 + 13 \cdot 26 + 15 \cdot 20 + 17 \cdot 10}{5 + 15 + 26 + 20 + 10} = \frac{1018}{76} \approx 13{,}4.$$

Nors skaičius 13,4 kiek didesnis negu tikrasis atkarpos ilgis 13, tačiau paklaida nėra didelė: $13{,}4 - 13 = 0{,}4$ (cm). Taigi galime teigti, kad vaikai pakankamai gerai iš akies nustatė atkarpos ilgį.

- Patikrinkite, kaip iš akies nustato nežinomą atkarpos ilgį jūsų klasės draugai (atskirai berniukai ir mergaitės). Palyginkite, kas tiksliau iš akies nustato atkarpos ilgį (ar berniukai, ar mergaitės).

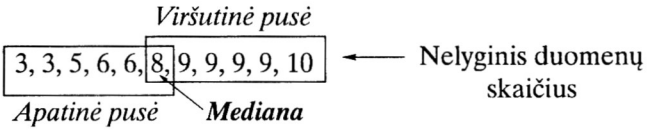
3.2. Imties mediana

Praeitame skyrelyje skaičiavome pažymių 3, 9, 9, 6, 8, 3, 10, 5, 9, 6, 9 vidurkį.

Surašykime šiuos pažymius *nemažėjančia* tvarka:

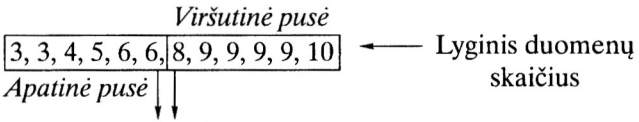
$$3, 3, 5, 6, 6, \mathbf{8}, 9, 9, 9, 9, 10.$$

Ką parodo vidurinis eilutės narys? Kuo jis ypatingas? Galima sakyti, kad skaičius 8 padalija mūsų pažymius į apatinę ir viršutinę puses (patį vidurinį duomenį — skaičių 8 įtraukiame tiek į apatinę, tiek į viršutinę pusę):



Sakoma, kad skaičius 8 yra imties 3, 9, 9, 6, 8, 3, 10, 5, 9, 6, 9 ***mediana***.

O dabar tarkime, kad mūsų imtyje yra dar vienas pažymys, pavyzdžiui, 4 (ir imtyje yra lyginis duomenų skaičius):



Tada mediana vadiname šių skaičių vidurkį:

$$\frac{6+8}{2} = \frac{14}{2} = 7.$$

Taigi abiem atvejais mediana imtį dalija į dvi dalis, kurių kiekvieną sudaro *ne mažiau kaip pusė* visų imties duomenų (jeigu duomenų skaičius n lyginis, tai $\frac{n}{2}$, o jeigu nelyginis, tai $\frac{n+1}{2}$). Vienos dalies duomenys yra *ne didesni* už medianą, kitos — *ne mažesni* už medianą.

Imties mediana nustatoma taip:

1. Imties duomenų reikšmės surašomos nemažėjančia tvarka.
2. Jei duomenų skaičius *nelyginis*, tai mediana lygi viduriniojo duomens reikšmei.
3. Jei duomenų skaičius *lyginis*, tai mediana lygi dviejų viduriniųjų duomenų reikšmių sumos pusei (t. y. dviejų vidurinių duomenų aritmetiniam vidurkiui).

83. Apskaičiuokite imties medianą (nepamirškite skaičius surašyti nemažėjančia tvarka):

a) 5, 3, 8, 4, 5, 2, 8;

b) 2, 4, 6, 5, 9, 6, 5, 9, 5, 4, 7;

c) 102, 102, 103, 102, 103, 103;

d) 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 10.

84. Buvo apklausti „Žibučių" gatvės individualių namų gyventojai, kiek šunų jie augina. Gauti tokie duomenys:

Šunų name skaičius	0	1	2	3
Namų skaičius	9	15	6	4

a) Kiek iš viso užregistruota namų?

b) Kiek iš viso užregistruota šunų?

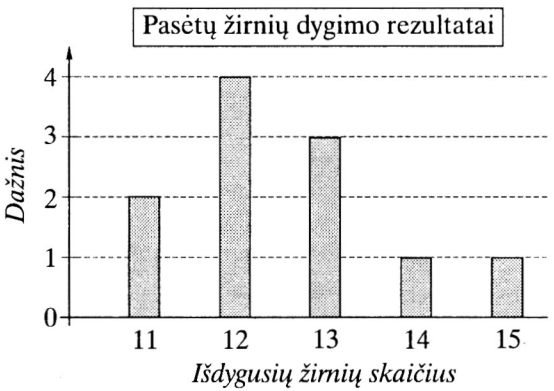
c) Surašykite duomenis skaičių eilute nemažėjančia tvarka.

d) Kokia šunų skaičiaus viename name mediana?

85. Raskite imties, pateiktos dažnių lentele, medianą:

Reikšmė	10	11	12	13
Dažnis	6	7	5	5

86. Raskite imties, pateiktos stulpeline diagrama, medianą:



87. Išmatavus 5 vaikų ūgius (cm), gauti tokie duomenys:

130, 136, 137, 138, 144.

Nustatykite tų vaikų ūgių (cm) medianą ir vidurkį.

88. Buvo pasodintos 6 tokio aukščio (cm) pušaitės:

10, 11, 12, 17, 20, 39.

Apskaičiuokite pasodintų pušaičių aukščių (cm) medianą ir vidurkį.

89. Apskaičiuokite imties medianą ir vidurkį:

a) 1, 3, 4, 5, 87; b) 6, 50, 56, 100; c) 46, 50, 50, 54.

90. Paanalizuokite 87–89 uždavinių rezultatus ir atsakykite į klausimus:

a) Ar mediana gali būti nenatūralusis skaičius, jeigu imties reikšmės — natūralieji skaičiai?

b) Ar gali mediana sutapti su imties vidurkiu?

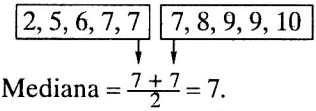
c) Ar gali mediana būti didesnė (mažesnė) už vidurkį?

3.3. Kvartiliai. Imties plotis, kvartilinis plotis

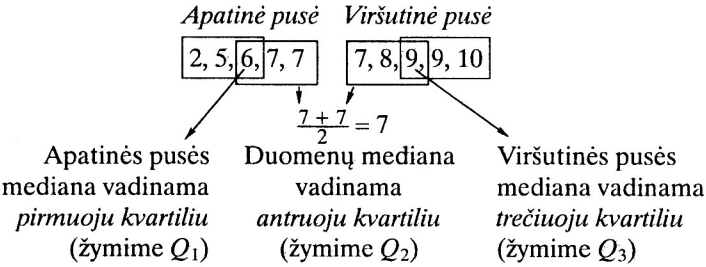
Šaulys 10 kartų šovė į taikinį. Rezultatai buvo surašyti nemažėjančia tvarka:

$$\underbrace{2, 5, 6, 7, 7, 7, 8, 9, 9, 10}_{\text{10 duomenų}}$$

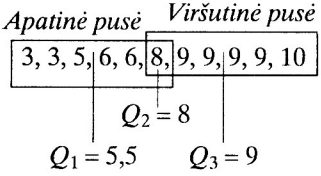
Mediana dalija duomenis į dvi dalis: apatinę ir viršutinę puses.



Duomenis galima padalyti ir į keturias dalis.



Praeito skyrelio imties dalijimas į keturias dalis atrodys taip:



Taigi kvartilių paskirtis — padalyti duomenis į „ketvirčius“.

Pirmas kvartilis rodo, kad ne mažiau kaip 25% duomenų yra ne didesni už jį ir ne mažiau kaip 75% duomenų — yra ne mažesni už jį. Analogiškai trečias kvartilis rodo, kad ne mažiau kaip 75% duomenų yra ne didesni už jį ir ne mažiau kaip 25% duomenų — yra ne mažesni už jį.

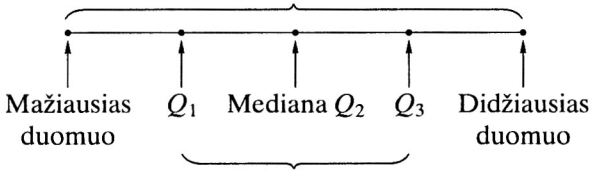
Kai norima apibūdinti, kaip plačiai išsibarsčiusios imties reikšmės, galima nurodyti *imties didžiausią duomenį* ir *mažiausią duomenį*. Skirtumas tarp didžiausios ir mažiausios duomenų reikšmių vadinamas *imties pločiu*.

Mūsų pavyzdyje didžiausias duomuo 10, mažiausias — 2, imties plotis $10 - 2 = 8$.

Kaip sklaidos charakteristika plotis patogus tik tada, kai nėra labai išsiskiriančių reikšmių (nes jos gali iškreipti pločio vaizdinį).

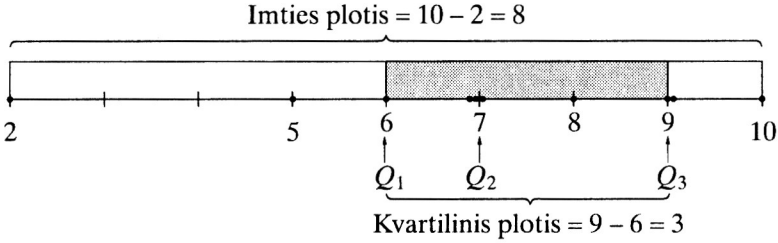
Jei yra labai išsiskiriančių reikšmių, tai duomenų sklaidai apibūdinti naudojama kita skaitinė charakteristika — *imties kvartilinis plotis*. Juo pasakoma, kaip plačiai išsibarstę apie 50% vidurinių nemažėjančia tvarka surašytų duomenų. Jis lygus trečio ir pirmo kvartilių skirtumui.

Imties plotis = didžiausias duomuo – mažiausias duomuo



Imties kvartilinis plotis =
trečias kvartilis – pirmas kvartilis.

Mūsų pavyzdyje imties plotį ir kvartilinį plotį galime pavaizduoti taip:



UŽDAVINIAI

91. Apskaičiuokite imties kvartilius (nepamirškite skaičius surašyti nemažėjančia tvarka) ir imties kvartilinį plotį:

a) 6, 4, 9, 6, 3, 2, 10; b) 8, 9, 7, 4, 4, 12, 18, 20.

92. Duota imtis 1, 3, 5, 1, 2, 2, 6, 7, 9.

a) Nurodykite didžiausią ir mažiausią duomenis.

b) Apskaičiuokite imties plotį.

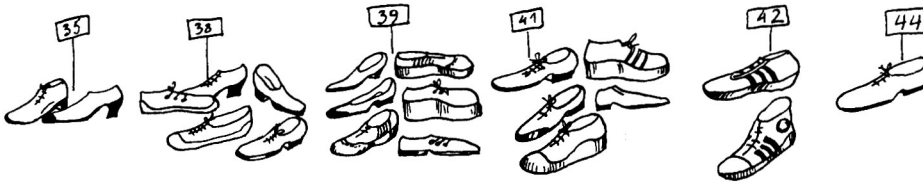
93. Apskaičiuokite imties plotį ir kvartilinį plotį:

a) 2, 8, 6, 10, 4; b) 4, 8, 8, 8, 10, 6;

c) 204, 406, 208, 340, 305, 208, 298.

3.4. Imties moda

Į kokius batų dydžius reikėtų orientuotis parduotuvės administracijai užsakant naują batų partiją?



Kažin ar ji užsakys visų dydžių batų po lygiai. Abejotina ir tai, kad bus atsižvelgta į nupirktų batų dydžių vidurkį. Matyt, daugiausiai bus užsakyta tų dydžių batų, kurie perkami *dažniausiai.*

Tokiais ir panašiais atvejais imtis nusakoma *dažniausiai pasikartojančia imties reikšme.* Ta reikšmė vadinama ***moda.***

Pavyzdžiui, pavaizduotų batų dydžiai yra:

35, 35, 38, 38, 38, 38, 38, 39, 39, 39, 39, 39, 39, 41, 41, 41, 41, 41, 42, 42, 44.

Dažniausiai (6 kartus) pasikartoja reikšmė 39. Taigi imties moda lygi 39.

Imtyje gali būti ir kelios modos. Pavyzdžiui, imtis

1, 1, 2, 3, 3, 5

turi dvi modas 1 ir 3.

Jei imtyje nėra pasikartojančių reikšmių, tai sakome, kad *imtis modos neturi.* Pavyzdžiui, imtis

10, 12, 16, 18

modos neturi.

Jeigu imtyje visos reikšmės kartojasi vienodai dažnai, tai taip pat sakome, kad *imtis modos neturi.* Pavyzdžiui, imtis

10, 10, 16, 16, 18, 18

modos neturi.

UŽDAVINIAI

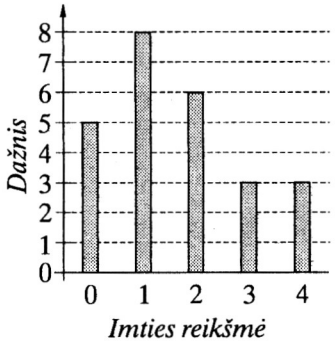
94. Imtis užrašyta lentele:

Skaičius	5	6	7	8	9	10
Dažnis	5	3	4	6	2	1

a) Kuri imties reikšmė pasikartoja dažniausiai; pasikartoja rečiausiai?

b) Kam lygi imties moda?

95. Kokia diagramoje pavaizduotų duomenų moda?



96. Raskite imties modą (jeigu ji yra):

a) 42, 42, 43, 43, 44, 58, 99;

b) 16, 16, 16, 12, 13, 12, 13, 13, 12;

c) 56, 95, 48, 59, 68, 58, 80, 73, 72.

97. 20 mokinių išreiškė savo požiūrį į „muilo operas“:

„nepatinka“, „patinka“, „labai patinka“, „nepatinka“, „patinka“, „neturiu nuomonės“, „patinka“, „neturiu nuomonės“, „nepatinka“, „labai nepatinka“, „patinka“, „neturiu nuomonės“, „patinka“, „neturiu nuomonės“, „nepatinka“, „neturiu nuomonės“, „patinka“, „neturiu nuomonės“, „labai patinka“, „nepatinka“.

Raskite mokinių išreikšto požiūrio modą.

3.5. Kaip naudotis skaitinėmis charakteristikomis?

Norėdami glaustai apibūdinti imties savybes, palyginti dideles duomenų grupes, vartojame įvairias skaitines charakteristikas, t. y. kurią nors imties savybę nusakome skaičiumi. Pavyzdžiui, imties duomenų skaičius, didžiausias, mažiausias imties duomuo, vidurkis, moda, mediana, kvartiliai, imties plotis, imties kvartilinis plotis — tai skaičiai, kurie apie imtį mums suteikia tam tikrą informaciją. Kuo daugiau imties skaitinių charakteristikų žinome, tuo tiksliau galime apibūdinti imtį.

Užduotis. GRUPINIS DARBAS

Pasidalykite į tris grupes.

Pirmos grupės tema — *ką žinome apie imties vidurkį*, antros — *ką žinome apie medianą*, trečios — *ką žinome apie modą.*

a) Skaitydami žemiau esantį tekstą, išskirkite, ką jūs jau žinojote apie atitinkamą skaitinę charakteristiką (žymėkite pieštuku tekste +), kas jums buvo nauja (žymėkite !), kokios mintys verčia abejoti (žymėkite?):

- Dažniausiai naudojama skaitinė charakteristika — imties *vidurkis*. Su šia sąvoka susiduriame ir mokydamiesi, ir atlikdami įvairius statistinius tyrimus, ir kasdieniame gyvenime.
- *Moda* vartojama, kai norima rasti dažniausią duomenį. Ji patogi verslo planavimo uždaviniuose, kai svarbu ne vidutinis rūbo, avalynės ar pan. dydis, o dažniausiai perkamas dydis.
- Kai norime sužinoti vidurinę imties reikšmę, ieškome *medianos*.
- Imties *vidurkis* nesunkiai apskaičiuojamas, tačiau kartais jį sunku suvokti (pavyzdžiui, tam tikrame mieste vidutinis vaikų skaičius šeimoje buvo 1,7).
- Žinodami imties vidurkį ir imties dydį, galime apskaičiuoti imties *duomenų sumą.*
- *Medianą* lengva rasti, kai yra nelyginis duomenų skaičius — tai skaičius „per viduriuką“ (tik neužmirškime, kad duomenis reikia išdėstyti nemažėjančia tvarka).
- Nors *modą* lengviausia nustatyti iš diagramos ar duomenų dažnių lentelės, tačiau imtyje gali visai nebūti modos arba būti keletas modų.
- Nei medianos, nei imties vidurkio neapibrėžiame *kokybiniams* duomenims. Pavyzdžiui, nerasime vidutinės spalvos ar vidutinio vardo.

b) Išvardykite atitinkamos skaitinės charakteristikos privalumus ir trūkumus bei pagrįskite pavyzdžiais. Argumentuodami pasitelkite a) dalies, prieš tai buvusių skyrelių ar savo pavyzdžius.

c) Pristatykite klasėje, ką jūsų grupė žino apie atitinkamą skaitinę charakteristiką. Pasistenkite, kad pristatymas būtų vaizdus ir kad jame dalyvautų visi grupės nariai.

UŽDAVINIAI

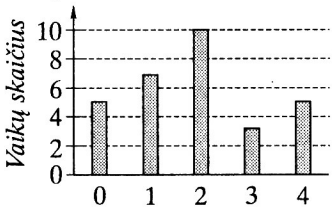
98. Raskite imties vidurkį, medianą ir modą:

a) 3, 9, 8, 9, 6, 9, 7, 5;

b) 6, 6, 6, 6, 6, 12;

c) 81, 79, 62, 74, 91, 79, 91, 89, 79, 79.

99. Duomenys pateikti diagrama:



a) Raskite modą, medianą, vidurkį.

b) Aptarkite, kurią skaitinę charakteristiką lengviausia (jeigu įmanoma) rasti iš diagramos.

100. Buvo pasverta 20 dėžių. Ar galima nustatyti visų dėžių bendrą masę, jeigu žinoma, kad:

a) masių vidurkis 10 kg;

b) masių mediana 10 kg;

c) masių moda 10 kg?

101. PRAKTINĖ UŽDUOTIS

- Surašykite savo matematikos (ar lietuvių kalbos) visus šiais mokslo metais gautus pažymius nemažėjančia tvarka.
- Apskaičiuokite pažymių vidurkį, medianą, modą. Kuri padėties charakteristika tau atrodo tinkamiausia tavo pažymiams apibūdinti?
- Apskaičiuokite imties plotį, kvartilinį plotį.

3.6. Pasitikrinkite, ko išmokote

102. Pasirinkite atsakymą:

a) Kuris žodis čia netinka?
A MODA **B** IMTIS **C** MEDIANA **D** VIDURKIS

b) Moda — dažniausia imties duomenų reikšmė, o mediana:
A rečiausia **B** didžiausia **C** vidurinė **D** vidutinė

103. Apskaičiuokite imties 7, 8, 10, 12 vidurkį.

104. Dešimties duomenų vidurkis 185. Kam lygi duomenų reikšmių suma?

105. Imties 4, 5, 8, 10, x vidurkis lygus 8. Raskite x.

106. Raskite imties medianą:

a) 5, 4, 6, 9, 2, 5, 8; b) 1, 3, 10, 9, 8, 7, 6, 4.

107. Raskite imties 4, 6, 5, 9, 4, 7, 6, 10, 6, 5, 8 modą.

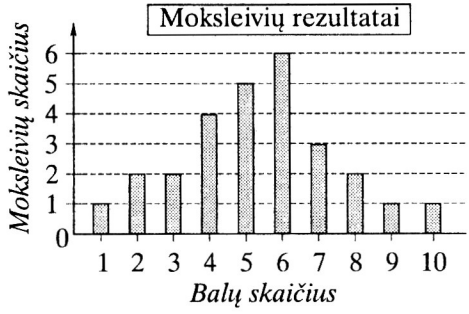
108. 15 žmonių buvo paprašyti iš akies nustatyti, kiek sveria 1,5 kg arbūzas. Jų įvertinimai buvo:

2,5; 3,5; 2,0; 1,0; 3,5; 2,0; 3,5; 3,0; 3,0; 1,0; 1,5; 1,5; 2,5; 3,5; 2,0.

Raskite įvertinimų:

a) vidurkį; b) medianą; c) modą.

109. Diagramoje pavaizduoti varžybose dalyvavusių moksleivių surinktų balų skaičiai:



Raskite:

a) surinktų balų modą;

b) surinktų balų medianą;

c) kiek vidutiniškai balų surinko kiekvienas moksleivis.

110. Koks turi būti skaičius x, kad šešių skaičių 4, 5, 2, 2, 7, x mediana būtų lygi 3,5?

111. 100 studentų egzamino įvertinimai pateikti lentele:

Pažymys	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Studentų skaičius	2	8	20	32	18	9	5	3	2	1

Raskite įvertinimų:

a) modą; b) medianą; c) vidurkį.

112. Raskite imties 1, 4, 6, 8, 5, 5, 3 plotį ir kvartilinį plotį.

113. PROBLEMŲ SPRENDIMAS

Prisiminkime skyrelio pradžioje iškeltą problemą:

Trys draugai — Paulius, Vaida ir Miglė susiginčijo, kuris iš jų šį trimestrą matematikos mokėsi geriau. Jų trimestriniai pažymiai:

Pauliaus — 8, 8, 5, 8, 9, 8, 9, 2;

Vaidos — 5, 4, 9, 8, 10;

Miglės — 6, 7, 10, 9, 7, 8.

Kaip jūs manote, kuris iš vaikų mokėsi geriausiai?

a) Apskaičiuokite kiekvieno vaiko pažymių skaitines charakteristikas.

b) Kaip jums atrodo, kuri skaitinė charakteristika geriausiai atspindi mokymosi rezultatus?

PRIKLAUSOMI IR NEPRIKLAUSOMI POŽYMIAI

Turinys

4.1. Taškinė diagrama. Koreliacija tarp dviejų požymių

4.2. Pasitikrinkite, ko išmokote

Pagrindinės sąvokos:

Taškinė diagrama, koreliacija, priklausomi ir nepriklausomi požymiai.

Išmokęs skyrių gebėsi:

- surinkti ir užrašyti skaičių poromis kiekybinius duomenis, kai stebimi du to paties objekto požymiai;
- suprasti, kad realiame gyvenime yra daug dydžių, kurie yra susiję teigiamu arba neigiamu tiesiniu sąryšiu. Pateikti atitinkamų pavyzdžių;
- surinktus duomenis pagal du požymius pavaizduoti taškine diagrama ir iš jos nustatyti, ar požymiai priklausomi, ar nepriklausomi, ar yra teigiamai, ar neigiamai koreliuoti, ar tarp jų nėra koreliacijos.

Problema:

Raimondai atrodo, kad bėgimo greitis priklauso nuo kojų ilgio: kuo ilgesnės kojos, tuo bėgama greičiau. Ar Raimondos samprotavimas pagrįstas?

4.1. Taškinė diagrama. Koreliacija tarp dviejų požymių

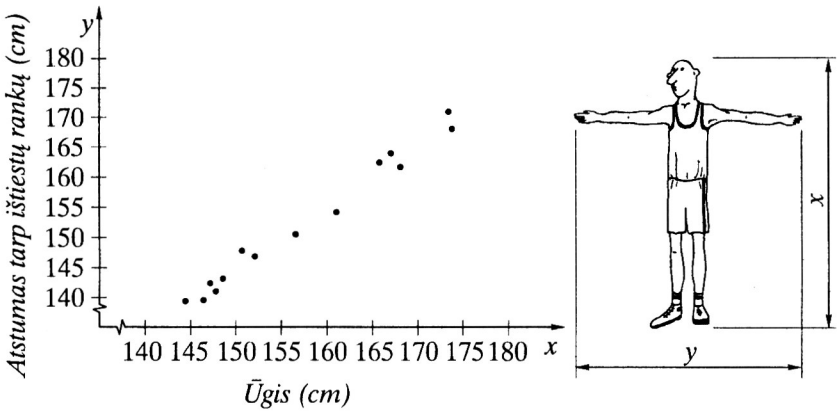
Iki šiol nagrinėjome, kaip tvarkomi, analizuojami, vaizduojami duomenys, surinkti pagal vieną kokį nors požymį. Realiame gyvenime yra daug dydžių, kurie tarpusavyje susiję.

Pavyzdžiui, poilsiautojų skaičius Palangoje susijęs su oro temperatūra — kuo šilčiau, tuo poilsiautojų daugiau.

O kaip manote, ar susiję moksleivio ūgis ir atstumas tarp jo ištiestų į šalis rankų pirštų galų, t. y., ar galime tvirtinti, kad kuo aukštesnis žmogus, tuo didesnis atstumas tarp ištiestų jo rankų ir kuo žemesnis žmogus, tuo atstumas tarp jo rankų mažesnis?

Ieškant atsakymo į šį klausimą, buvo išmatuoti 14 moksleivių ūgiai (x) ir atstumai tarp ištiestų rankų (y) centimetrais.

Taip kiekvienam moksleiviui buvo priskirta skaitinių reikšmių pora $(x; y)$. Šios poros buvo pažymėtos plokštumoje taškais:



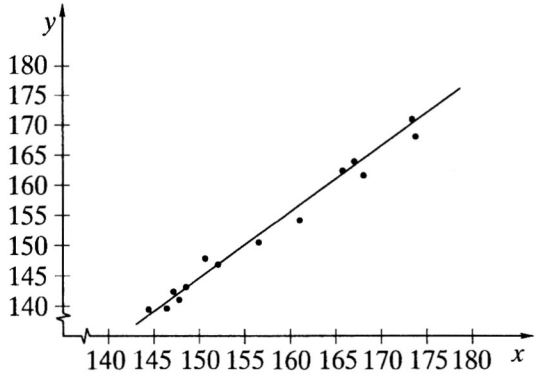
Diagrama, kurioje taškais vaizduojamos skaitinių reikšmių poros, gautos išmatavus objektus (daiktus) pagal du požymius, vadinama *taškine* (sklaidos) diagrama.

Užduotis. Iš diagramos nustatykite:

a) Ar yra moksleivių, kurių ūgis nesiskiria nuo atstumo tarp ištiestų rankų?

b) Ar galime tvirtinti, kad dažniausiai kuo aukštesnis žmogus, tuo didesnis atstumas tarp ištiestų jo rankų ir kuo žemesnis žmogus, tuo atstumas tarp jo rankų mažesnis?

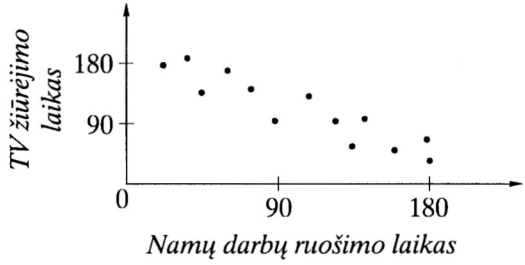
Iš diagramos matyti, kad pavaizduoti taškai tarsi grupuojasi apie tiesę, kurios krypties koeficientas yra teigiamas (tiesė tarsi „kyla“ einant iš kairės į dešinę).



Tokiais atvejais sakoma, kad požymiai yra *teigiamai koreliuoti*, t. y. požymiai yra priklausomi (tarp požymių yra teigiamas tiesinis sąryšis).

Panagrinėkime kitą pavyzdį.

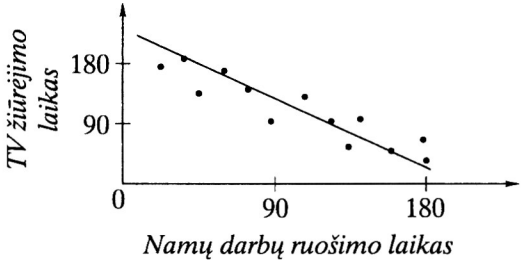
Taškinė diagrama vaizduoja vienos klasės mokinių TV žiūrėjimo ir namų darbų ruošimo laikus minutėmis.



- Ar ilgėjo TV žiūrėjimo laikas, trumpėjant namų darbų ruošimo laikui?
- Kuo ši diagrama skiriasi nuo prieš tai buvusio uždavinio diagramos?
- Ar išliktų panašus grafinis vaizdas tarp TV žiūrėjimo laiko ir namų darbų atlikimo laiko, jeigu vertikalioje ašyje atidėtume namų darbų laiką, o horizontalioje — TV žiūrėjimo laiką?

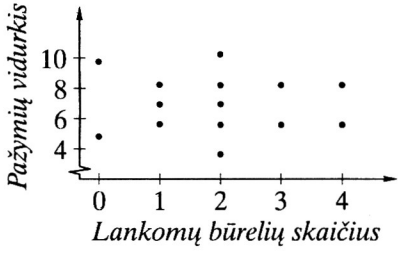
Iš diagramos matyti, kad namų darbų ruošimo laikas ir TV žiūrėjimo laikas yra susiję požymiai, t. y. kuo daugiau laiko mokiniai ruošia namų darbus, tuo mažiau laiko jie skiria TV žiūrėjimui.

Pavaizduoti taškai tarsi grupuojasi apie tiesę, kurios krypties koeficientas yra neigiamas (tiesė tarytum „leidžiasi“ einant iš kairės į dešinę). Tokiais atvejais sakoma, kad požymiai yra *neigiamai koreliuoti* (tarp požymių yra neigiamas tiesinis sąryšis).



O jeigu taškai nesigrupuoja apie jokią pasvirąją tiesę?

Pavyzdžiui, žemiau esanti taškinė diagrama vaizduoja moksleivių lankomų būrelių skaičių ir tų pačių moksleivių pažymių vidurkį.



Su kuriuo teiginiu sutinkate:

A — kuo daugiau būrelių lanko moksleivis, tuo geriau jis mokosi,

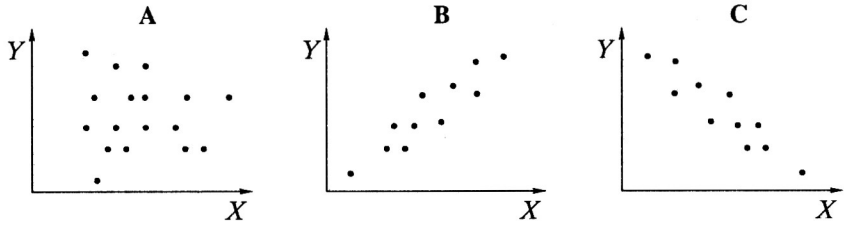
B — kuo daugiau būrelių lanko moksleivis, tuo blogiau jis mokosi,

C — mokinio lankomų būrelių skaičius ir jo pažymių vidurkis nėra susiję.

Jeigu taškinėje diagramoje taškai nesigrupuoja apie pasvirąją tiesę, tai sakoma, kad požymiai *nėra koreliuoti*; tai rodo, kad tarp tų požymių ryšio nėra arba jis yra labai menkas. Tokie požymiai laikomi tarpusavyje nepriklausomais.

UŽDAVINIAI

114. Pasakykite, ar yra koreliacija (sąryšis, artimas tiesiniam) tarp pavaizduotų požymių. Tuo atveju, kai ji yra, nurodykite, ar ji teigiama, ar neigiama.



115. Pasvarstykite, ar yra ryšys tarp požymių:

a) amžius ir uždarbis;
b) amžius ir miego trukmė;
c) ūgis ir greitis;
d) ūgis ir masė;
e) ūgis ir amžius;
f) vaikų amžius ir kišenpinigiai;
g) kartu metamų juodo ir balto lošimo kauliukų atvirtusių akučių skaičiai.

116. Simonas labai mėgsta plaukioti po vandeniu. Jis mano, kad didesnius plaučius turintys žmonės gali ilgiau išbūti po vandeniu. Norėdamas įsitikinti, ar jis teisus, berniukas paprašė keleto savo draugų išsimatuoti krūtinės ląstos apimtį (cm) bei išmatavo, kiek laiko jie gali sulaikyti kvėpavimą (s). Gautus rezultatus matote lentelėje:

Krūtinės ląstos apimtis (cm)	Sulaikyto kvėpavimo laikas (s)
94	32
89	41
92	43
92	40
100	41
100	52
87	53
89	58
93	61
88	69
94	66

a) Pavaizduokite duomenis taškine diagrama. Krūtinės ląstos apimtį (cm) žymėkite horizontalioje ašyje, o laiką (s) — vertikalioje ašyje.

b) Ar susiję požymiai: krūtinės ląstos apimtis ir kvėpavimo sulaikymo laikas?

117. GRUPINIS DARBAS

Ištirkite, ar yra ryšys tarp jūsų amžiaus mergaičių arba berniukų ūgio (cm) ir šuolio iš vietos į tolį ilgio (cm).

a) Kiekvienas išmatuokite savo ūgį ir šuolio iš vietos į tolį ilgį centimetrais.

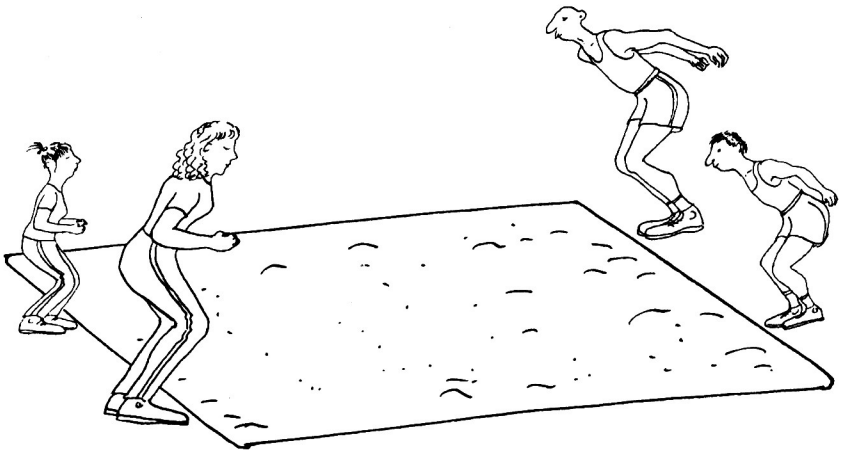
b) Nubraižykite duomenų taškinę diagramą:

— horizontalioje skalėje atidėkite šuolio ilgį centimetrais, vertikalioje — ūgį centimetrais (aptarkite, kurią kiekvienos skalės dalį vaizduosite);

— užpildykite lentelę ir atidėkite taškus $(x; y)$ diagramoje.

Vaikai	1	2	3	4	...
Ūgis (cm)	x				
Šuolis (cm)	y				
Reikšmių pora	$(x; y)$				

c) Ar susiję jūsų klasės mergaičių (berniukų) ūgis ir šuolio iš vietos į tolį ilgis?



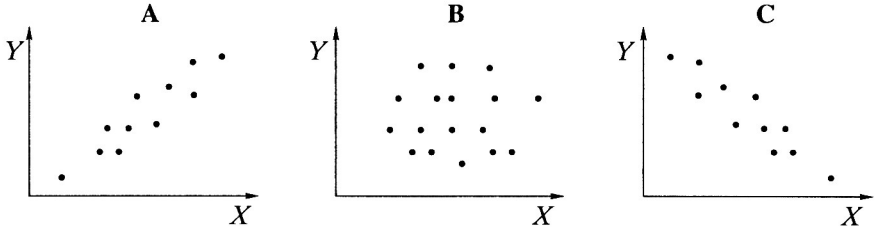
4.2. Pasitikrinkite, ko išmokote

118. Kuri taškinė diagrama rodo, kad požymiai X ir Y:

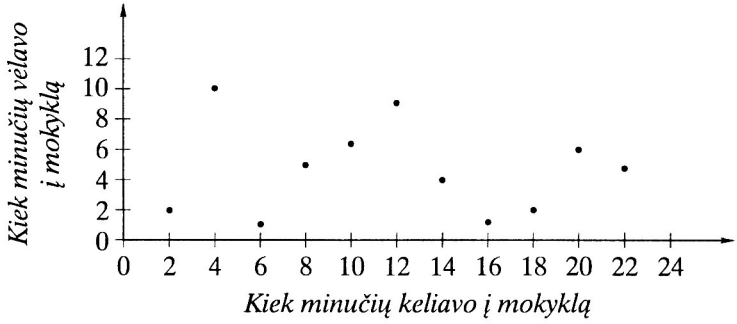
a) nėra koreliuoti;

b) yra neigiamai koreliuoti;

c) yra teigiamai koreliuoti?



119. Vieną rytą mokyklos direktoriaus pavaduotoja stebėjo mokinius, vėluojančius į pirmą pamoką, žymėjo, kiek minučių (1 min. tikslumu) jie vėlavo bei apklausė pavėlavusius, kiek minučių tą rytą truko jų kelionė į mokyklą. Gautus duomenis ji pavaizdavo taškine diagrama:



a) Kiek moksleivių pavėlavo į pamokas?

b) Iš surinktų duomenų galima teigti, kad pavėlavę į pamokas moksleiviai:
A kuo ilgiau keliavo į mokyklą, tuo daugiau minučių ir vėlavo į pamokas;
B kuo ilgiau keliavo į mokyklą, tuo mažiau minučių ir vėlavo į pamokas;
C kelionės į mokyklą laikas nesusijęs (arba mažai susijęs) su vėlavimo į pamokas laiku.

120. Kaip manote, ar tėvo ūgis ir sūnaus ūgis yra susiję teigiamu tiesiniu sąryšiu? Paaiškinkite, kodėl taip manote.

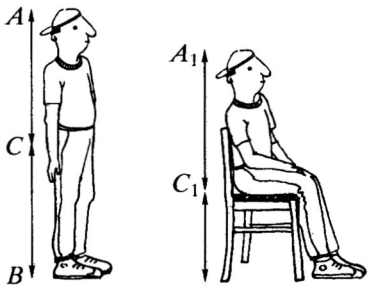
121. PROBLEMŲ SPRENDIMAS

Prisiminkime skyrelio pradžioje buvusią problemą:

Raimondai atrodo, kad bėgimo greitis priklauso nuo kojų ilgio: kuo ilgesnės kojos, tuo bėgama greičiau. Ar Raimondos samprotavimas pagrįstas?

Norėdama įsitikinti savo teisumu, Raimonda paprašė klasės berniukų štai tokiu būdu išsimatuoti savo kojų ilgį CB:

$CB = AB - AC = AB - A_1C_1$.



Gautus rezultatus, taip pat laiką, per kurį kiekvienas berniukas apibėga mokyklos stadioną, Raimonda užrašė lentelėje:

Bėgimo laikas (s)	Kojų ilgis (cm)
30,57	90
40,23	72
32,15	84
35,57	82
31,93	84
39,54	80
34,37	82
35,40	81
39,06	80
37,15	80
36,12	83
30,69	84

a) Pavaizduokite duomenis taškine diagrama. Horizontalioje ašyje žymėkite kojų ilgį, vertikalioje — bėgimo laiką.

b) Ar susiję požymiai: berniukų kojų ilgis ir bėgimo laikas?

c) Teigiama ar neigiama koreliacija tarp kojų ilgio ir bėgimo laiko?

d) Ar berniukai, kurių kojos ilgesnės, bėga greičiau ar lėčiau nei kiti?

2. Kokybiniai: a, h; kiekybiniai: b–g.

3. 2) a) Nekorektiškai parinkti amžiaus intervalai. Neaišku, į kurį jų pateks dvidešimtmetis. Nenumatyti amžiaus intervalai virš 60 metų.

b) Neteisingai pasiūlytas atsakymo variantas „nesidomiu“. Jo galėtų visai nebūti. Galima pasiūlyti tokius atsakymų variantus:

☐ taip, įdėmiai ☐ taip, bet paviršutiniškai ☐ ne

Galimi ir kitokie variantai.

c) Geriau numatyti daugiau galimų atsakymų variantų, pavyzdžiui:

☐ taip, visiškai ☐ iš dalies ☐ ne

6. a) 30;

b)

Vaikų skaičius	1	2	3	4	5
Dažnis	7	8	8	1	1

7. a) Kokybinius; b) 22; c) 7;

d)

Žaidžia kompiuteriu	Sportuoja	Žiūri TV	Padeda mamai	Mezga	Skaito	Neatsakė
IIIII I	*IIIII I*	*III*	*I*	*I*	*IIII*	*I*
6	6	3	1	1	4	1

9. Padiskutuokite, kokios spalvos automobiliai galėjo patekti į skiltį „Kitos spalvos“. Aptarkite, ar panašius duomenis gautų vaikai, jei pakartotų savo stebėjimą. Duomenys renkami tam, kad iš gautų rezultatų galėtume daryti išvadas. Atsakymų variantų numatymas, stebėtų automobilių skaičius turės įtakos ir rezultatams. Kuo daugiau duomenų turime, tuo lengviau galime daryti pagrįstas išvadas.

11.

Vaikų skaičius	1	2	3	4
Dažnis	9	15	3	2

12. a) 5b; b) 30; c) ne.

13. a) 20; b) 1; c) 65.

14. Petras; b) 15; c) 180.

15.

Auginamų gyvūnų skaičius	0	1	2	3	4
Dažnis	7	10	4	6	2

a) 29; b) 7; c) 1.

16. a) 100 milijonų; b) 450 milijonų; c) 820 milijonų.

17. a) Lietuvos gyventojų skaičių apskrityse 2003 metais; b) 10; c) 100 tūkstančių; d) ne; e) 700 tūkstančių; f) Vilniaus; g) Tauragės.

18. a) **D**; b) **D**.

19. a) Krepšinio; b) kompiuterių; c) 14%.

20. a) Laimingas šeimyninis gyvenimas, meilė, sveikata.

b) Sveikata, geri draugai, grožis, kūryba.

c) Merginos labiau nei vaikinai vertina meilę, laimingą šeimyninį gyvenimą, o vaikinams aktyvus gyvenimas ir laisvė atrodo didesnės vertybės nei merginoms.

d) Skirtingo amžiaus bei lyties žmonių vertybės skiriasi.

21. a) 2; b) 90%; c) 10%; d) 160; e) 200.

23. a) Už Vytą; c) 18; d) taip.

24. 360 kg.

25. a) Tegu tvarko pati namo bendrija; b) 2320; c) taip.

26. a) Iš nurodytų veiklų — dažniausiai žiūri televizorių.

b) Iš nurodytų veiklų — taip, tačiau bendru atveju neaišku, kokios veiklos ir kaip pasiskirstę skiltyje „Užsiima kita veikla“.

c) Pavyzdžiui: šoka, groja, piešia ir pan.

d) 136; e) 170.

28. a) 100%; b) 180 m^2; c) moteriškiems rūbams, 432 m^2.

29. a) 100%; b) maistui ir būstui; c) pramogoms; d) 2100 Lt; e) 3000 Lt.

32. a) 1989 m.; b) 8 dešimtmetyje; c) 3490,8 tūkst.; d) 184 tūkst.;

e) gyventojų skaičius sumažėjo 32,6 tūkst.

33. a) 2001 m. I–III ketv., 2002 m. I–III ketv., 2003 m. I–II ketv.;

b) 2,1%.

34. a) 06. 10; b) 5 t/ha; c) 31 t.

36.

Leidinių skaičius	0	1	2	3	4	5
Dažnis	4	9	6	3	2	2

37. a) 10; b) 5; c) 25.

38. a) 4; c) į Trakus.

39. a) Kokybiniai; b) 5; c) Tomas ir Simas.

40. a) Stulpelinė diagrama; b) 2,3 mln. Lt.

41. a) Geltonos; b) 58; c) **A**.

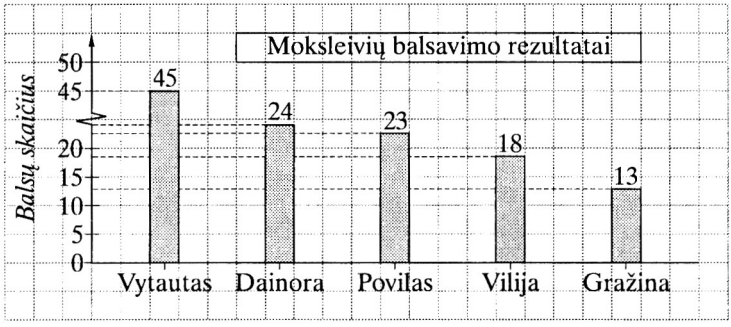
42. Prancūzijoje, Ispanijoje, JAV; b) 50 000; c) **B**.

43. a) Horizontalioje — metai, vertikalioje — gyventojų skaičius (tūkst.);

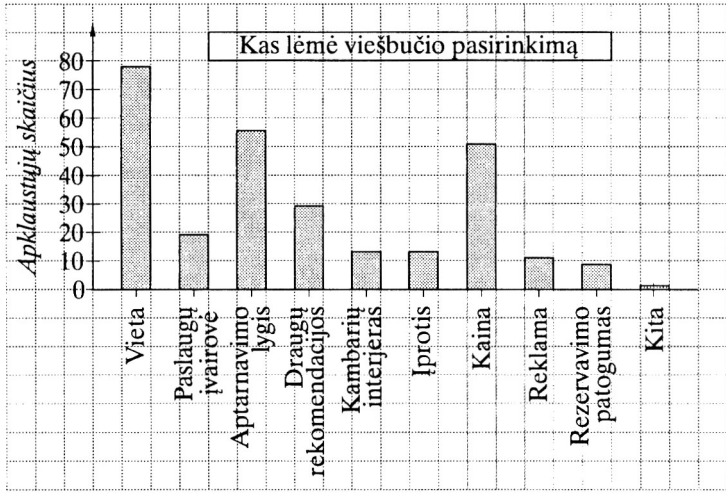
b) 1985–1987 metais gyventojų, persikeliančių iš kaimo į miestą, skaičius didėjo, 1987–1993 — mažėjo, 1993–1995 — didėjo, 1995–1997 nesikeitė.

c) 1997 m. iš miesto į kaimą atvyko apie 28 tūkst. gyventojų, o iš kaimo į miestą — apie 20 tūkst. gyventojų.

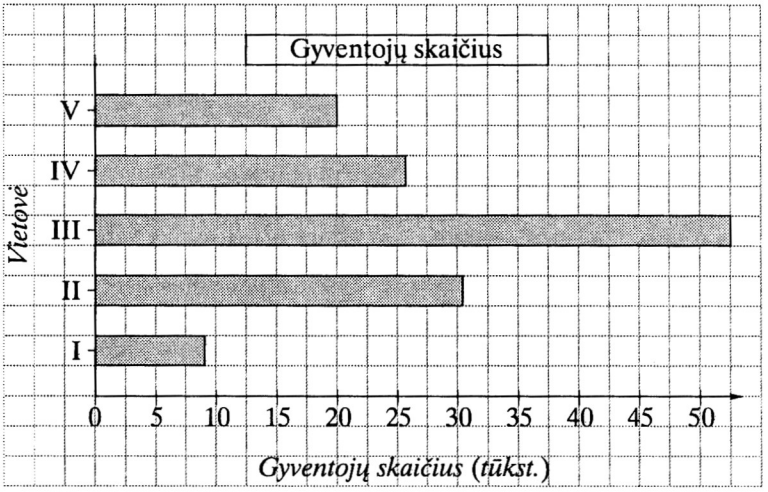
45.



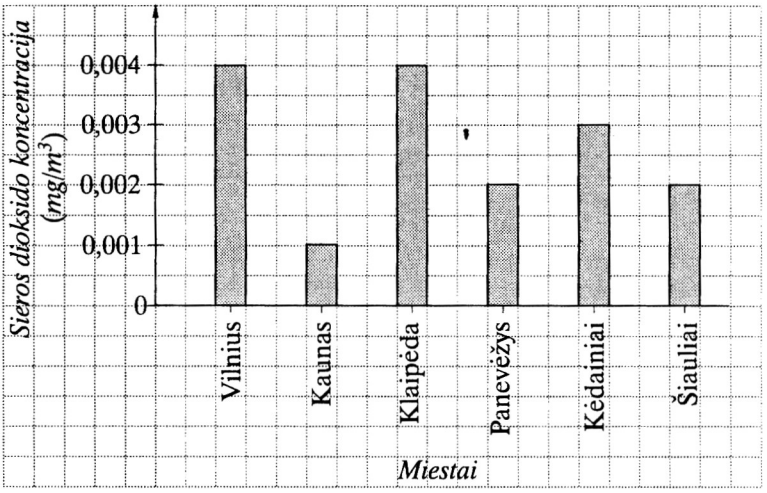
46.



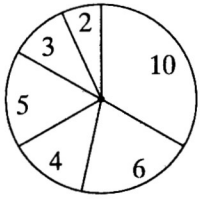
47.

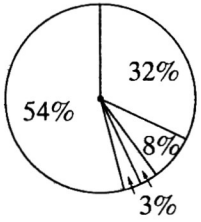

Gyventojų skaičius
V
IV
III
II
I
Vietovė
0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50
Gyventojų skaičius (tūkst.)

48.

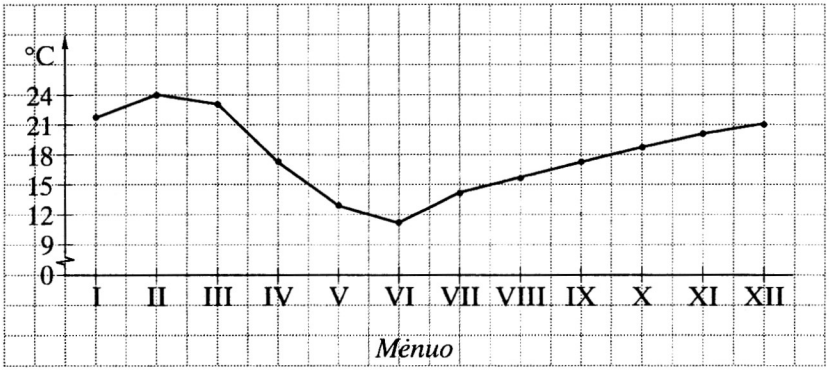

Sieros dioksido koncentracija (mg/m³)
0,004
0,003
0,002
0,001
0
Vilnius
Kaunas
Klaipėda
Panevėžys
Kėdainiai
Šiauliai
Miestai

51. a) Įdomiausia pamoka b) Išlaidų rūšis

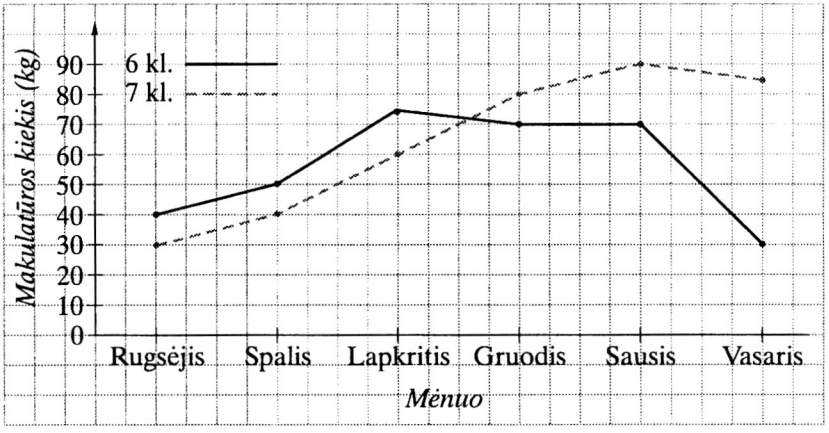




53.



54. a)

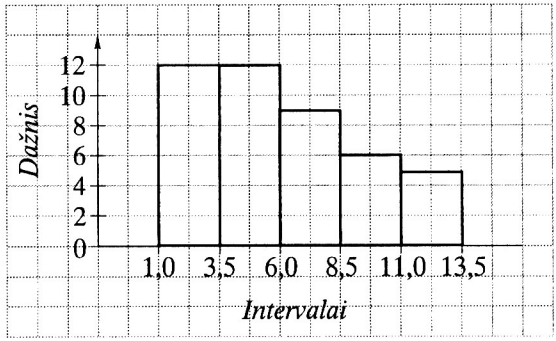


b) Rugsėjį, spalį ir lapkritį.

55.

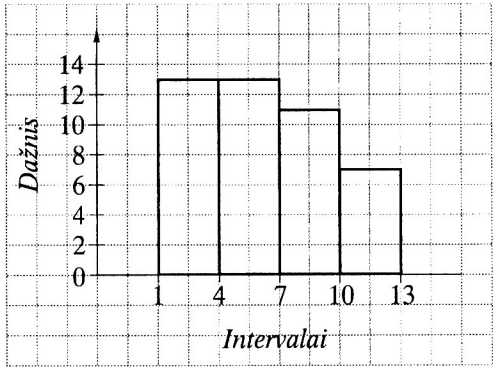
a)

Nuo 1,0 iki 3,5	Nuo 3,5 iki 6,0	Nuo 6,0 iki 8,5	Nuo 8,5 iki 11,0	Nuo 11,0 iki 13,5
IIIII IIIII II	*IIIII IIIII II*	*IIIII IIII*	*IIIII I*	*IIIII*
12	12	9	6	5



b)

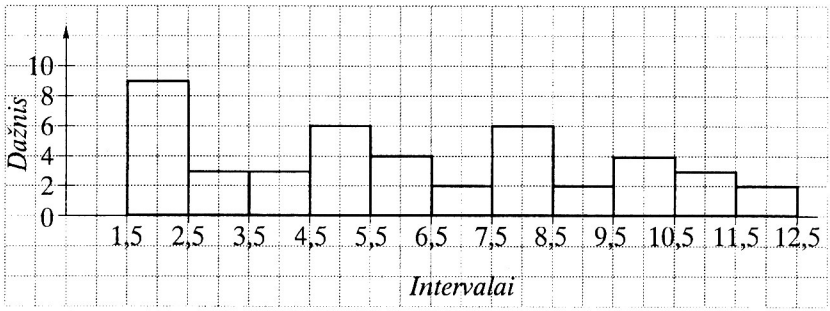
Nuo 1 iki 4	Nuo 4 iki 7	Nuo 7 iki 10	Nuo 10 iki 13
IIIII IIIII III	*IIIII IIIII III*	*IIIII IIIII I*	*IIIII II*
13	13	11	7



c)

Nuo 1,5 iki 2,5	Nuo 2,5 iki 3,5	Nuo 3,5 iki 4,5	Nuo 4,5 iki 5,5	Nuo 5,5 iki 6,5	Nuo 6,5 iki 7,5
IIIII IIII	*III*	*III*	*IIIII I*	*IIII*	*II*
9	3	3	6	4	2

Nuo 7,5 iki 8,5	Nuo 8,5 iki 9,5	Nuo 9,5 iki 10,5	Nuo 10,5 iki 11,5	Nuo 11,5 iki 12,5
IIIII I	*II*	*IIII*	*III*	*II*
6	2	4	3	2

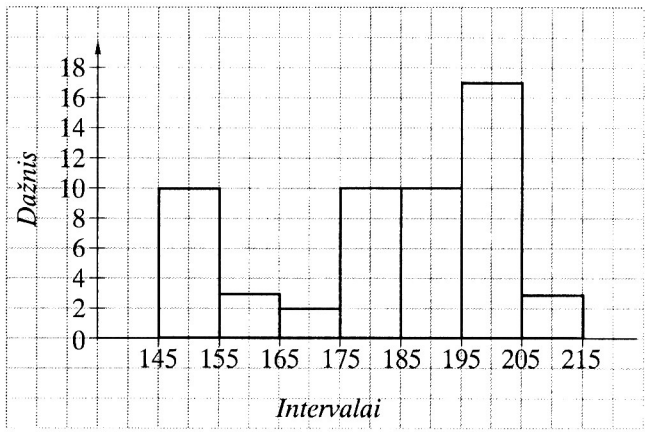


56.

a)

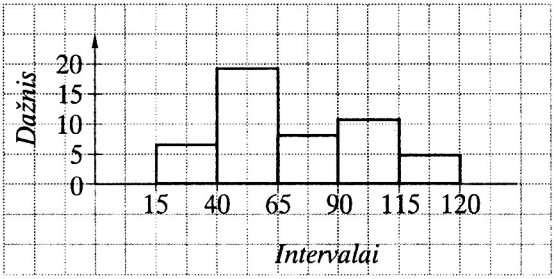
Nuo 145 iki 155	Nuo 155 iki 165	Nuo 165 iki 175	Nuo 175 iki 185	Nuo 185 iki 195	Nuo 195 iki 205	Nuo 205 iki 215
10	3	2	10	10	17	3

b)



57. 3)

Nuo 15 iki 40	Nuo 40 iki 65	Nuo 65 iki 90	Nuo 90 iki 115	Nuo 115 iki 120
IIII II	*IIII IIII IIII IIII*	*IIII III*	*IIII IIII I*	*IIII*
7	19	8	11	5



58. a, f — stulpelinė diagrama (kitų atvejų duomenis taip pat galima pavaizduoti stulpeline diagrama);

b, d, e — skrituline arba stačiakampe diagrama;

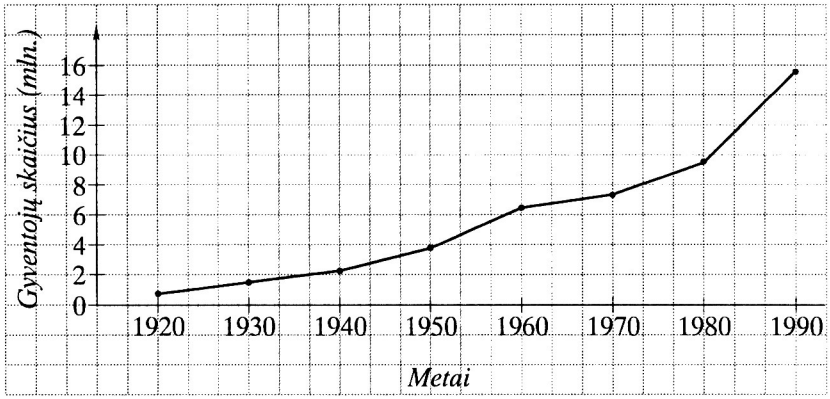
c — sugrupuotų duomenų diagrama.

63. C.

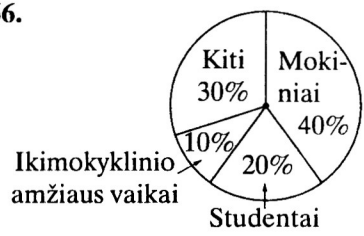
64.

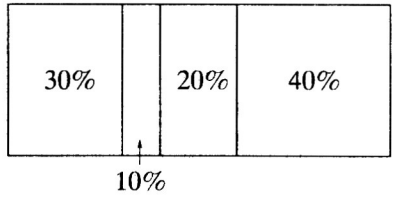
NUOTAIKA	REGISTRACIJA	PASIRINKUSIŲJŲ SKAIČIUS
Tikėjimas sėkme	*IIIII I*	6
Nerimas	*IIIII II*	7
Normali būsena	*IIIII III*	8

65.



66.

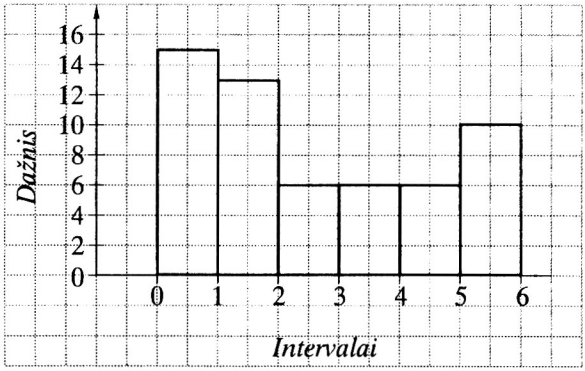




67. a)

INTERVALAI	[0:00; 1:00)	[1:00; 2:00)	[2:00; 3:00)	[3:00; 4:00)	[4:00; 5:00)	[5:00; 6:00)
DAŽNIS	15	13	6	6	6	10

b)



70. a) 275 taškus; b) 55 taškus.

71. a) 235 žirniai; b) $\approx$ 39,2 žirnio.

72. a) Taip; b) ne.

73. a)

Lėkštė	Pirma	Antra	Abi
Vidutinė slyvos masė	38,6	38,6	38,6

b) Taip.

c)

Lėkštė	Pirma	Antra	Abi
Vidutinė slyvos masė	38,9	38,6	$\approx$ 38,729

; lygybė neteisinga.

75. a) 3; nebūtinai; b) **B**.

76. a) 24; b) 8, 8, 8; c) 5, 9, 10 arba 6, 8, 10, arba 7, 8, 9; d) 8, 8, 8 arba 4, 10, 10, arba 7, 7, 10, arba 6, 9, 9.

77. a) 150; b) 200; c) 350; d) 45; e) $7\frac{7}{9}$.

78. a) Teiginys teisingas, nes 8^a pažymių vidurkis mažesnis nei 8^b.

b) Neteisingas teiginys.

79. a) 17; b) $\approx 7{,}4$.

83. a) 5; b) 5; c) 102,5; d) 5,5.

84. a) 34; b) 39; d) 1.

85. 11.

86. 12.

87. Mediana 137, vidurkis 137.

88. Mediana 14,5, vidurkis $18\frac{1}{6}$.

89.

	Mediana	Vidurkis
a)	4	20
b)	53	53
c)	50	50

90. a) Gali; b) gali;

c) mediana gali būti mažesnė už vidurkį.

91. a) $Q_1 = 3{,}5$, $Q_2 = 6$, $Q_3 = 7{,}5$; kvartilinis plotis 4.

b) $Q_1 = 5{,}5$, $Q_2 = 8{,}5$, $Q_3 = 15$; kvartilinis plotis 9,5.

92. a) 1 ir 9; b) 8.

93. a) 8; 4; b) 6; 2; c) 202; 114,5.

94. a) Dažniausiai — 8, rečiausiai — 10; b) 8.

95. 1.

96. a) 42 ir 43; b) imtis modos neturi; c) imtis modos neturi.

97. Yra dvi modos: patinka ir neturiu nuomonės.

98.

	Vidurkis	Mediana	Moda
a)	7	7,5	9
b)	7	6	6
c)	80,4	79	79

99. a) Moda — 2, mediana — 2; vidurkis — $1\frac{13}{15}$;

b) šiuo atveju, iš diagramos lengviausia rasti modą.

100. a) Taip, 200 kg; b) ne; c) ne.

102. a) **B**; b) **C**.

103. 9,25.

104. 1850.

105. 13.

106. a) 5; b) 6,5.

107. 6.

108. a) 2,4; b) 2,5; c) 3,5.

109. a) 6; b) 5; c) $\approx 5{,}3$.

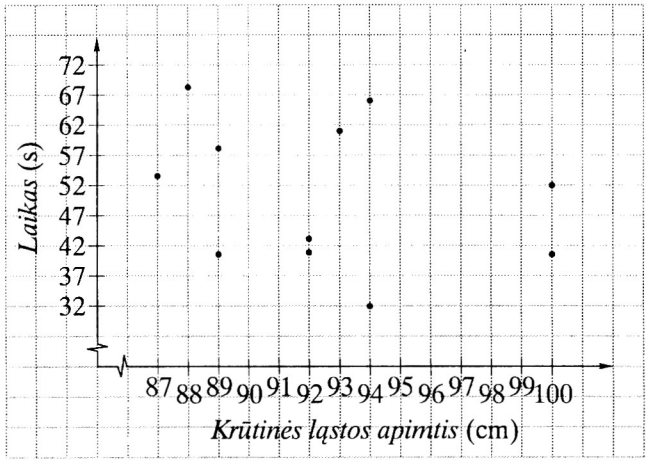
110. 3.

111. a) 4; b) 4; c) 4,37.

112. Plotis 7, kvartilinis plotis 2.

114. **A** — tarp požymių nėra koreliacijos, **B** — požymiai teigiamai koreliuoti, **C** — požymiai neigiamai koreliuoti.

116. a)



b) ne.

118. a) **B**; b) **C**; c) **A**.

119. a) 11; b) **C**.

Esminiai gebėjimai	Pasiekimai		
	VI klasė	VIII klasė	X klasė
Suprasti, kas yra duomenys, kaip jie renkami, tvarkomi, užrašomi dažnių lentelėje.	5.1.1. Kelia paprastus klausimus apie save, šeimą, draugus, klasę pagal vieną požymį (kokybinį arba kiekybinį); teikia pasiūlymus, kokius duomenis ir kaip rinkti; siūlo atsakymų variantus. 5.2.1. Paprastais atvejais registruoja požymio reikšmių dažnius, užrašo duomenis dažnių lentelėje. 5.2.2. Supranta, kas pavaizduota dažnių lentele.	5.1.1. Žino, kas yra imtis, imties dydis. Stebėdamas arba matuodamas surenka nurodyto dydžio imtį pagal vieną požymį, užrašo duomenis dažnių lentele. 5.1.2. Supranta, kaip grupuojami kiekybiniai duomenys ir juos sugrupuoja.	5.1.1. Surenka kiekybinius duomenis, kai stebimi du to paties objekto požymiai, ir užrašo juos taškų poromis.

Gebėjimai	VI klasė	VIII klasė	X klasė
Suprasti, kas pavaizduota diagrama. Pavaizduoti duomenis tinkama diagrama.	5.3.1. Supranta, kas pavaizduota paprasta stulpeline, stačiakampe, skrituline, linijine diagrama. 5.3.2. Nesudėtingais atvejais vaizduoja duomenis stulpeline diagrama, o paprasčiausiais atvejais — skrituline ar stačiakampe diagrama.	5.1.3. Iš diagramos nustato požymių reikšmių dažnius, randa imties dydį. 5.1.4. Teisingai supranta, kas pavaizduota įvairių tipų diagramomis. 5.1.5. Nesudėtingais atvejais imties duomenis vaizduoja tinkamo tipo diagrama.	5.1.2. Surinktus pagal du požymius duomenis pavaizduoja koordinačių plokštumoje taškine diagrama ir iš jos nustato, ar požymiai priklausomi, ar nepriklausomi, ar yra teigiamai ar neigiamai koreliuoti, ar tarp jų nėra koreliacijos.
Interpretuoti duomenis ir daryti išvadas, pagrįstas duomenų analize.	5.3.3. Iš dažnių lentelės ar diagramos palygina stebimo požymio reikšmes pagal jų dažnumą.	5.2.1. Žino, kas yra imties vidurkis, mediana, moda, paprastais atvejais juos apskaičiuoja. Supranta, kas yra imties plotis bei kvartiliai. 5.2.2. Komentuoja informaciją, pateiktą diagrama ar dažnių lentele, suvokia, kad matuojamo dydžio reikšmės gali būti pačios įvairiausios, parenka pavyzdžių iš prieinamų informacijos šaltinių.	5.1.3. Supranta ir paaiškina koreliacijos sąvoką, ja remiasi interpretuodamas duomenis ar darydamas išvadas.